NUOVA COMPILAZIONE

DI

ARITMETICA TEORETICA

CON TAVOLE DI MISURE, PESI E MONETE,
E PARTICOLARMENTE DEL REGNO.

E

SISTEMA METRICO CON TAVOLA COMPARATIVA ec.

di

LUIGI SASSO

Nihil crescit sola imitatione.
QUINTILIANO

Napoli.

Essendosi adempito a quanto la Legge prescrive, per la pubblicazione della presente operetta, l' autore agirà verso i contrafattori ai termini della Legge stessa.

STAMPERIA DEL TRAMATER
MDCCCXXXIV

SICCOME

A SALDO SOSTEGNO TUTELARE

DI DEBILE INGEGNO

I PRIMI PARTI SCENTIFICI

SI APPOGGIANO

AL SIG. D. GIACINTO GALANTI

GIOVINE DI SOMMO INCOMPARABIL MERITO

LUIGI SASSO

QUESTA NUOVA COMPILAZIONE ARITMETICA

OFFRE ED INVIA

IN SEGNO

DI ALTA E DUREVOLE STIMA.

Prefazione.

L'Istruzione in generale è la parte integrale della esatta conoscenza delle cose, e riuscita degli uomini. E chi mai potrà negare che malamente appresa una data scienza od arte, che triste conseguenze non porta? Che pena lunga e laboriosa onde sradicare que' falsi principii, per piantarvisi i buoni?

Lungamente si è parlato tra Letterati, che il metodo faciliti di gran lunga l' istruzione, e precisamente il Sintetico, par che sia il preferibile e 'l determinato: quindi l' intraprendere a compilare un dato libro, e migliorarne l' andamento, e la semplicità, e dicitura; par che utile apporta ad ogni ramo dello scibile.

Essendo l' aritmetica parte delle matematiche, n' è avvenuto che, ogni scrittore come parte dell' intero corso l' à trattata: infatti ne abbiamo delle eccellenti, come del Guidi, del Lacroix, del Bossut ec., ed andando in alto, dell' incomparabil Newton; ma troppo sublimi, difficili, ed astratte, e con pochissima applicazione, e quasi impraticabile a mio modo di vedere per taluni, ed anche per chi non dovrà studiare il corso matematico: o pure di quelle trattate con tanta scarsezza di raziocinare, che dopo averle studiate, presentandosi un problema qualunque, ne sembra insufficiente dalle Teoriche apprese il risolverlo.

Queste riflessioni mi àn determinato a compilarla, e per quanto mi fusse stato permesso, serbare un giusto ordine, ed una quasi completazione relativamente

alle Teoriche ; più definire i nomi delle stesse, e somministrare il linguaggio proprio alle medesime.

Siccome il libro d' istituzione di gran lunga differisce da quello di lettura, dacchè il primo deve dare il puro necessario, e lasciare all' Istitutore l' ampliarne l' applicazione ; l' altro poi somministra doviziosamente quanto richiedesi onde far che l' opera sia soddisfacentemente completa ; così dovendo questo libro servire tanto per chi matematiche dovrà studiare, quanto per qualunque altra persona, ed essendo dippiù d' incominciamento di ogni carriera letteraria ; ò creduto miglior partito ordirlo a dimande e risposte, onde con queste si vada cercando di marcare con discernimento, le cose che bisogna maggiormente conoscere ; perchè a non pochi studenti è avvenuto che quando li si è insegnato un dato libro, che non sia stato così disposto ed organizzato, allorchè li si è dimandato che intendevasi p: es: per numero denominato, od intero astratto, niuna risposta adeguata àn saputo dare : e talvolta vi sono stati degli ardui giovinetti, i quali si son lasciato dire, che l' aritmetica da essi studiata andava esente di tali definizioni ; locchè, come ben si conosce, ripugna.

Ed a questo proposito non voglio tralasciare di far menzione di diversi valenti autori nazionali ed esteri, che ànno scritto libri d' istituzione così orditi, cioè a dimande e risposte : tali sono l' inglese Pinnock (corso completo pe' fanciulli), Paci (Botanica), Galanti (Geografia) Milano (Fisica) ec. ec. ec.

Ciò facendo par che abbia in qualche modo tentato, di rendermi utile alla gioventù mia compatriottica, e poi qual fusse la riuscita, mi si dovrà sempre conceder compatimento, dacchè tutto nasce dall' intenso desiderio che nutro per esserlo.

Contenuto del presente libro.

È diviso in sei Teoriche, avendo ciascuna concatenazione con l' altra, in modo che si succedono. E sono

I. Interi astratti. Quì le cifre arabe ànno un carattere senza significazione. Più quanto è necessario onde leggere una iscrizione di numeri Romani antichi o moderni, e tutto ciò che può servire in ausilio alle seguenti Teoriche.

II. Interi concreti, ossia denominati. In questa le dette cifre ànno un carattere significativo, e perciò vi sono delle Tavole di Monete, Pesi, e Misure, ed in particolare del nostro Regno.

III. Frazioni. Quì l'unità vien divisa in parti uguali, essendovi quanto è necessario onde maneggiarle con molta facilità.

IV. Frazioni ed interi. In questa vi è la combinazione delle due ultime Teoriche, onde conoscere di non essere penose le operazioni a questa relative, ed alcuni rischiarimenti, relativamente alla moltiplica e divisione de' denominati.

V. Decimali. In questa si dimostrerà il vantaggio e la comodità onde abbreviare i calcoli della precedente Teorica. Ma la disavventura per noi di non averli

fin ora introdotti, e di unito alla stessa vi sarà il sistema Metrico, ed una Tavola Comparativa delle nostre Misure, e Pesi e Monete, con l' attuale sistema Decimale.

VI. Delle potenze Aritmetiche (Cioè 2.ª e 3.ª) Le operazioni di questa Teorica verranno esposte con l' applicazione agl' Interi, alle Frazioni Ordinarie, ed alle Frazioni Decimali.

In ultimo finalmente l' applicazione di tali Teoriche, cioè lo scopo dell' Aritmetica, in uno la soluzione de' Problemi, preceduta questa da una dose di ragioni e proporzioni, per quanto addimandasi per una Aritmetica.

Introduzione

Allo studio delle matematiche.

(1) La Matematica in generale è la Scienza che à per oggetto la quantità, ossia grandezza.

Vien detta grandezza o quantità ogni cosa ch' è suscettibile di aumento o diminuzione, p. e. i numeri il tempo i pesi ec.

La quantità vien divisa in discreta e continua. *Discreta* quella che le parti componenti trovansi tutte divise e separate l' una dall' altra, e di tal fatta sono i numeri. *Continua* se le parti son talmente unite che formano un tutto continuato, e tali sono p. e. le linee, i corpi ec.

Ogni specie di quantità à la sua unità particolare che vien prescelta e determinata dall' uso, p. e i Geografi per valutare la distanza che passa da un paese all' altro usano, ordinariamente la lega, come unità.

La Matematica si divide in pura e mista.

I.° *Pura* quella che considera semplicemente la grandezza facendo astrazione ai corpi a cui può essere annessa od associata, e comprende

(1) Dai Greci detta Disciplina, cioè Scienza per eccellenza.

1. L' Aritmetica, e questa distinta in Particolare ed Universale od Algebra, e 'l Calcolo Differenziale ed Integrale ec.

2. La Geometria, e questa si distingue in Piana, Solida, e Sublime.

II.° *Mista* o pure scienza Fisico-Matematica, ed è quella che considera la quantità in concreto ne' corpi medesimi, e comprende la Meccanica, la Fisica, l'Astronomia ec.

Gl' indicati rami delle metematiche anche si assoggettano a suddivisioni; così un problema di Geometria Piana che raggirasi a rinvenire il terzo angolo d' un triangolo ec. dicesi Trigonometria Piana; l'applicazione dell' Algebra alla Geometria, Geometria Analitica ec. ec. Benanche uno stesso libro di Matematica, vien a ricevere più nomi, così la Geometria Solida Stereometria, la Geometria Sublime Sezioni Coniche ec.

Nozioni preliminari.

1) *Dimanda.* Che cosa è Aritmetica ? (1)
Risposta. Una scienza che insegna il modo di mettere a calcolo i numeri, e le operazioni principali sono quattro, cioè Addizione, Sottrazione, Moltiplicazione, e Divisione.

2) D. Che cosa è numero ?
R. È il rapporto che passa tra una quantità e quella che si è presa per unità, ossia il paragone fra la cosa misurata e la misura.

3) D. Che s' intende per unità ?
R. Quell'elemento dalla cui repetizione nasce la pluralità.

4) D. Come dividesi il numero ?
R. Semplice se non oltrepassa le nove unità ; composto se le supera : ecco i semplici

1 uno	3 tre	5 cinque	7 sette	9 nove
2 due	4 quattro	6 sei	8 otto	0 zero

E quest'ultima cifra, cioè lo zero solo non à verun valore, unito con le altre ne aumenta il detto valore.

5) D. Quali si dicono numeri omogenei e quali eterogenei ?

(1) Questo vocabolo deriva dal Greco *Aritmos* che significa numero.

R. 1. Omogenei son quei numeri della stessa specie, che paragonati ad altri, e presi diverse volte, il minore può eguagliare ed anche superare quello che prima l'era maggiore; p. e. 6 grana e 3 carlini, se le 6 grana le prendo 5 volte ò tre carlini, se 6 volte ò 36 grana, maggiore delle trenta ec. ossia tre carlini.

2 Eterogenei quelli che si riferiscono ad unità di diverso genere, p. e. due carlini e 4 uomini, 5 penne e 4 foglie di carta ec.

Definizioni.

1) D. Che s' intende per definizione?
R. È ciò che ci dà il significato d' una parola, per mezzo di altre, che non sieno sinonime con la parola definenda.

2) D. E per Proposizione?
R. L' unione delle parole che servono ad esprimere il giudizio della nostra mente: e 'l vocabolo Proposizione in Matematica si attribuisce indistintamente ai Teoremi Problemi e Lemmi.

3) D. Che s' intende per (1) Teorema?
R. Una verità che diviene evidente per mezzo d' un ragionamento che si chiama dimostrazione.

4) D. E per Problema? (2)
R. Una quistione ch' esige soluzione.

(1) Vocabolo tratto dal Greco che significa contemplare.
(2) Vocabolo tratto dal Greco e significa proporre.

5) D. E per Lemma?
R. Una verità impiegata sussidiariamente, per la dimostrazione d' un Teorema, e la soluzione d' un Problema.
6) D. E per Corollario?
R. La conseguenza che deriva da una o più Proposizioni.
7) D. E Scolio?
R. È un' osservazione sopra una o più Proposizioni precedenti, che tende a far vedere il loro legame, la loro utilità ed applicazione.
8) D. Che s' intende per Ipotesi?
R. È una supposione fatta, o nell' enunciato d' una Proposizione, o nel corso d'una dimostrazione.
9) D. E per Assioma?
R. Una verità che non à bisogno di dimostrazione.

Segni convenzionali matematici.

=	Uguale
+	Più] Per l'addizione
—	Meno] Per la Sottrazione
× .	Moltiplicato] Per la Moltiplica
:	Diviso] per la Divisione
<	Minore
>	Maggiore
$\overset{2}{\sim}$	Quadrato
$\overset{3}{\sim}$	Cubo

Mettendo su d'un numero p. e. $\overset{2}{73}$ si profferisce dicendo quadrato di 73, o pure $\overset{3}{73}$ cubo.

:	Sta
::	Come
$\sqrt{}$	Questo segno serve per indicare che di un dato numero se ne vuole estrarre la radice; però si è così scritto, cioè $\sqrt{}$ significa radice quadrata; se un tre sul segno, radice cuba $\sqrt[3]{}$

Prima Teorica.(1)

De' Numeri Interi Astratti.

1) D. Quali si dicono numeri interi?
R. Quelli che esprimono parti complete.
2) D. Riguardo a quel ch' esprimono, come si distinguono le cifre arabe, o numeri?
R. Concreti, od astratti.
1. Concreti quelli che esprimono cose determinate, p. e. 6 zecchini, 4 uomini ec.
2. Astratti quelli che nulla esprimono di particolare, p. e. 6, 7, 9, ec. senz' altro dire.
3) D. Da quale nazione ci son pervenuti questi numeri, o cifre, che quasi in tutte le parti civilizzate si usano?
R. Secondo l'opinione de'dotti, dagli Arabi, e questi dagl'Indiani primi inventori: gli Arabi maomettani comunemente detti Saraceni li portarono nella Spagna, allorchè s' impadronirono di un tal paese; indi dal famoso monaco Floriacense Gerberto (che fu Papa il 999 col nome di Silvestro II) furon portati in Francia, in Italia, ed in altri luoghi.

(1) *Teorica* scienza speculativa che dà regola alla pratica, e rende ragione delle operazioni — Per scienza s' intende una serie ragionata di proposizioni relative ad uno istesso soggetto.

4) D. A che serve lo Zero?

R. Per poter scrivere qualunque numero al di là del nove, dacchè con le cifre semplici, e con lo zero alla dritta si scrive qualunque numero (1).

5) D. Dimostrate come si possono scrivere tutt' i numeri composti?

R. 1.° Perchè si è convenuto dare a ciascuna cifra due valori, uno proprio, e l' altro locale; *valore proprio* è quello che si attribuisce a ciascuna; *locale* quello che la cifra riceve dal luogo ove si trova.

2.° Se la cifra significativa è sola, o nella parte dritta non è accompagnata da altre, esprime il suo valore proprio: se poi trovasi nel secondo luogo, vale di decine, nel terzo centinaia, nel quarto migliaia, nel quinto decine di migliaia, nel sesto centinaia di migliaia, nel settimo migliaia di migliaia, ossia milioni ec. ec.: ed ecco che una cifra esprime unità.

.....4... unità
due.....5 0... decine
tre.....9 4 7... centinaia
quattro.....1 7 4 3... migliaia
cinque.....1 3 0 8 7... decine di migliaia
sei.....1 7 1 0 4 0... centinaia di migliaia
sette.....7 3 0 1 0 3 7... migliaia di migl., ossia milioni
otto....8 7 9 0 4 6 7 8... decine di milione ec. ec. E perciò siccome dieci unità costituiscono una decina, e

(1) V' è una Teorica detta de' Decimali, dove i zeri vengon prima delle cifre (Teo. 5.)

dieci decine un centinaio ec. , così dieci centinaia di migliaia , ovvero mille migliaia compongono un milione ec.

Scolio A. Quante unità semplici si ricercano per formare un milione , tanti milioni vi abbisognano per comporre un sol bilione , ed altrettanti bilioni per un sol trilione ec. ec.; e perciò possiam fissare che, il milione cade alla settima cifra, il bilione alla tredicesima, il trilione alla diciannovesima, il quadrilione alla venticinquesima , il quintilione alla trentunesima, il sestilione alla trentasettesima ec.

Corollario A. Da ciò che sopra si è detto ben si comprende l' ordine, con cui si succedono le parti dei numeri composti : eccole

Unità..... Decine..... Centinaia	Semplici
Unità ..... Decine..... Centinaia.....	Migliaia
Unità..... Decine ..... Centinaia	di milione
Unità ..... Decine..... Centinaia.....	di migliaia di milione
Unità..... Decine..... Centinaia.....	di bilione
Unità..... Decine..... Centinaia	di migliaia di bilione ec.

6) D. Quale regola assegnano gli aritmetici per leggere un aggregato di cifre arabe?

R. 1.° Dividerli in ternari (cioè a tre a tre), incominciando dalla dritta, andar verso la sinistra. 2.° Alla settima cifra contando dalla dritta, si pone un 1 sopra il numero, e questo indica *milione*: indi da questo ad ogni sei cifre i numeri progressivi 2, 3, 4, 5, ec. su le cifre, e questi indicheranno i bilioni, trilioni ec. e ciò per quello che abbiam detto di sopra.

ESEMPIO

I.° 37,475,673,243,219,597,895,678,701

II.° $3\overset{4}{7}$,475,$6\overset{3}{7}3$,243,$2\overset{2}{1}9$,597,$8\overset{1}{9}5$,678,701 *e si legge*

Trentasette quatrilioni, quattrocento settantacinque mila seicento settantatre trilioni, duecento quarantatre mila, duecento diciannove bilioni, cinquecento novantasette mila, ottocento novantacinque milioni, seicento settant' otto mila, settecento uno.

7) D. Di quali caratteri si servirono gli antichi per esprimere i numeri?

R. Eccoli.

Quadro A

m	*n*	*p*	*q*	*a*	*b*	*d*	*e*	*r*	*s*
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

E volendo scrivere 7829 con questi segni, si à *erps*: ed i negozianti volendo occultare il prezzo di qualche cosa, di questi si servono.

Le nazioni ànno usato diversi segni per dinotare i numeri, come dice Giorgio Henischio nel libro intitolato *de numeratione multiplici vetere et recenti*: ma oggi in tutte le città civilizzate si usano le cifre arabe.

Quadro A'

A	B	C	D	E
500	300	100	500	250
F	G	H	I	L
40	400	200	1	50
M	N	O	P	Q
1,000	90	11	400	500
R	S	T	V	X
80	70	160	5	10
	Y	Z	K	
	150	2,000	51	

Ora ne son rimaste in uso le sette seguenti

I	V	X	L	C	D	M
Primo	Quinto	Decimo	Cinquanta	Cento	Cinquecento	Mille

Numeri antichi i quali si trovano uniti ai segni

LISI *che significano sesterzi* (*sesterzio moneta Latina.*)

CIↃ	IↃ	IↃↃ	IↃↃC
100	500	5,000	50,000
CCCIↃↃC	ICↃↃ	CCIↃↃ	CCCCIↃↃↃↃ
100,000	500,000	10,000	1,000,000

Quadro B — Numeri romani moderni.

I 1	II 2	III 3	IV 4	V 5	VI 6	VII 7	VIII 8	IX 9	X 10
XI 11	XII 12	XIII 13	XIV 14	XV 15	XVI 16	XVII 17	XVIII 18	XIX 19	XX 20
XXI 21	XXII 22	XXIII 23	XXIV 24	XXV 25	XXVI 26	XXVII 27	XXVIII 28	XXIX 29	XXX 30
XXXI 31	XXXII 32	XXXIII 33	XXXIV 34	XXXV 35	XXXVI 36	XXXVII 37	XXXVIII 38	XXXIX 39	XL 40
XLI 41	XLII 42	XLIII 43	XLIV 44	XLV 45	XLVI 46	XLVII 47	XLVIII 48	XLIX 49	L 50
LI 51	LII 52	LIII 53	LIV 54	LV 55	LVI 56	LVII 57	LVIII 58	LIX 59	LX 60
LXI 61	LXII 62	LXIII 63	LXIV 64	LXV 65	LXVI 66	LXVII 67	LXVIII 68	LXIX 69	LXX 70
LXXI 71	LXXII 72	LXXIII 73	LXXIV 74	LXXV 75	LXXVI 76	LXXVII 77	LXXVIII 78	LXXIX 79	LXXX 80
LXXXI 81	LXXXII 82	LXXXIII 83	LXXXIV 84	LXXXV 85	LXXXVI 86	LXXXVII 87	LXXXVIII 88	LXXXIX 89	LXL 90
LXLI 91	LXLII 92	LXLIII 93	LXLIV 94	LXLV 95	LXLVI 96	LXLVII 97	LXLVIII 98	LXLIX 99	C 100
				D 500	M 1000				

Allorchè su di queste lettere si pongono delle lineette orizzontali, ciascuna di esse denota tante migliaia, quante sono le unità che contiene p. e. $\overline{V}$. 5,000, $\overline{X}$ 10,000 ec. ec.

Delle quattro operazioni degl' interi.

8) D. Che cosa è l' addizione ?

R. Un' operazione che dati più nnmeri omogenei, si va in cerca di un altro che sia uguale a tutti questi dati, che si chiama *somma*, ed il suo segno è $+$ p: e: $6+9=15$.

9) D. Che cosa è la sottrazione ?

R. Una operazione per mezzo di cui dati due numeri omogenei disuguali, togliendo dal maggiore il minore, se ne va cercando l' avanzo, il quale si chiama *residuo*, o *differenza*. Il suo segno è $-$, p: es: $9-4=5$.

10) D. Che cosa è la moltiplicazione ?

R. Un' operazione che essendo dati due numeri, se ne vuol trovare un terzo che sia eguale ad uno de' due preso tante volte, quanto l' indica l' altro. I due numeri dati diconsi *fattori*, ed il terzo che si cerca, *prodotto*. Il segno di questa operazione è $\times$, p: es· $6\times5=30$, o pure $6.5=30$.

11) D. Che cosa è la divisione ?

R. Un' operazione che dati due numeri disuguali, con osservare quante volte il minore entra nel maggiore, si rinviene un altro, il quale dinota in quante parti tutte eguali al piccolo si è di-

viso il grande, e quindi contiene tante volte l'unità, quante volte il numero maggiore contiene il minore. Il numero da dividersi si chiama *dividendo*; quello pel quale si divide dicesi *divisore*: e quel che cercasi dicesi *quoziente*. Il segno è:, p: es: 12: 3 = 4.

Scolio B. 1.° Lo scopo dell'addizione è la *somma*: della sottrazione è il *residuo*: della moltiplica è il *prodotto*: della divisione è il *quoziente*.

2.° Ed ecco che delle quattro operazioni fondamentali, due compongono, cioè addizione, e moltiplica: e l'altre due, cioè sottrazione, e divisione scompongono.

Problema I

Dati più numeri omogenei interi, rinvenirne la somma.

Soluzione 1.° Si scrivano i numeri dati con ordine tale, che corrispondono in serie verticali le unità sotto le unità, le decine alle decine etc. indi si tiri una lineetta orizzontale.

2.° S'incominci dalla dritta per colonne verticali, unendo tutte le unità de'numeri semplici, e se non eccedono il nove, si scriva sotto la detta colonna il risultato numero: se poi eccedono il nove, allora le decine si portano all'altra colonna verticale come unità che è immediata a questa, e'l numero semplice si scrive sotto la detta colonna verticale; e così si prosegua, finchè finiscono le colonne verticali, ed all'ultima delle medesime si scrive sotto, l'intero numero composto; in modo che l'unità corrisponda sotto la colonna, e le decine, e centinaia etc. vanno da fuori sulla sinistra.

ESEMPI

	1	3	4	0		3	7	8	9	4	5	
		4	3	2	Addizioni		4	3	8	9	9	
			3	7			8	9	7	5	4	
				4				3	7	8	9	
						9	0	0	4	7	9	
Somma	1	8	1	3		1	4	1	6	8	6	6 Somma

Dimostrazione. Ed ecco che per quello che abbiam detto si uniscono tutte le unità, decine etc. de' dati numeri, e si viene a ritrovare un numero (cioè la somma), il quale contiene in sè tutte le parti de' numeri dati; e perchè tutte le parti prese insieme sono eguali al tutto, è chiaro che un tal numero esprimerà la somma (e ciò per la spiega dell' addizione) (1).

Problema II

Dati più numeri omogenei disuguali, sottrarre dal maggiore il minore.

Soluzione 1.° Il numero maggiore si scrive sopra il minore, in modo però che l'unità corrisponda sotto all' unità, le decine sotto alle decine etc.

2.° Dalle unità decine etc. (incominciando dalla dritta andar alla sinistra etc.) dal numero maggiore si

(1) Vi è taluno autore, il quale insegna di eseguire l' addizione da sinistra a dritta, ma essendo lo scopo del libro elementare dare i metodi abbreviativi e semplificati, ed essendo un tale andamento fastidioso e lungo, perciò qui non se ne terrà parola.

tolgano quelle del numero minore od inferiore, e si nota sotto detta colonna verticale il residuo.

3.° Se qualche carattere del numero superiore sia minore del suo corrispondente inferiore, allora si prenda dal carattere immediato (sulla sinistra) a questo un'unità la quale considerandola collocata avanti al numero, costituisce *valor locativo*, e questa cifra immediata che à somministrata l' unità, ne resta scemata.

ESEMPI

3	7	4	3	7	1	... *Minuendo* (1)	4 3 7 5 2 1 4 0 1
1	3	2	0	3	0	... *Sottraente*	1 0 9 3 8 0 4 5 0
2	4	2	3	4	1	.... *Residuo*	3 2 8 1 4 0 9 5 1

Da uno tolto zero è uno: da zero tolto cinque non è possibile, perciò il quattro dà un' unità allo zero, che collocatela avanti costituisce 10; e da dieci tolto cinque resta cinque: il quattro è divenuto tre, e da tre non è possibile toglierne il 4, perciò il tre se ne fà dare un' unità al numero che gli precede, ed ecco che 'l tre diventa 13, e da 13 toltone 4 ne avanza 9 ec. ec., e così successivamente.

Dimost. Da ciò che abbiam detto di sopra ben si comprende che dal numero maggiore si son tolte tante unità, decine ec. quante ne additava il minore, perciò il numero rimasto, è quello appunto che denota la dif-

(1) Èvvi qualche nuovo scrittore il quale fa sfoggio, e dice *minuendo* sottraendo *minutore* sottrattore, in modo che non ben si distingue come devesi chiamare il numero maggiore e 'l minore, ma noi terremo sempre i vocaboli sopra mentovati.

ferenza o residuo ec. (giusta la definizione della Sottrazione).

Problema III

Dati più numeri interi, moltiplicarli tra loro. (1)

Soluzione. In questo problema vi possono esser tre casi, cioè.

1.° Se amendue i fattori son numeri semplici, ed in questo caso è facilissima l'operazione p. e. $6 \times 4 = 24$.

2.° Se un de' fattori è numero semplice, e l'altro composto, allora incominciando anche come ne' due problemi precedenti (cioè da dritta andar a sinistra), e scrivendo il numero semplice sotto al composto (potendosi anche operare al contrario), e precisamente sotto all'unità del detto composto, ed indi tirare una lineetta orizzontale, e si moltiplica il detto numero semplice pel composto, e dove si superi il numero 9, il semplice si scrive sotto la detta colonna verticale, e le decine come unità si portano all' altro numero, e così di seguito p. e.

Moltiplicando	3	4	7	4	3	8	}	*Fattori*
Moltiplicatore						8	}	
Prodotto	2	7	7	9	5	0	4	

(1) Bisogna riflettere che essendo la multiplicazione un' operazione di composizione, e che consistente nel ripetere tante volte un numero per quanto l'altro l'addita, ne deriva che non dee recar meraviglia se $2 \times 2 = 4$, e $2 + 2 = 4$, mentre $3 \times 3 = 9$, e $3 + 3 = 6$ ec. perchè 2×2 vuol dire raddoppiare, 3×3 triplicare ec. quindi non è che 'l prodotto in alcuni casi, è uguale alla somma.

Avvertimento A. Per eseguire con ispeditezza la moltiplicazione, bisogna mandare a memoria il moltiplicare i numeri semplici, e ciò è facile ad ottenersi mediante la quì annessa Tavola Pitagorica (1). L' uso di questa Tavola è il seguente.

Per ritrovare il valore di un numero semplice moltiplicato per un altro, abbisogna uno trovarlo nella serie verticale, e l' altro nell' orizzontale: p: es: 7 × 5 = 35. Quì l' Istitutore faccia più volte ripetere un tal meccanismo all' allievo.

Tavola Pitagorica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

(1) Questa Tavola fu inventata dal Filosofo Matematico Pitagora.

3.° Se amendue i fattori son numeri composti, allora bisogna moltiplicare tutt' i caratteri del fattor superiore per ciascuno degl' inferiori, incominciando anche dalla dritta andar verso la sinistra, e scrivendo sempre il numero semplice sotto: e le decine, centinaia ec. portarle all' altra colonna come unità. Più scrivere i prodotti parziali talmente l' un sotto l'altro, che il primo superi il secondo d' un luogo a sinistra ec. e così il terzo dal secondo ec. ec. Finalmente si sommano insieme i prodotti parziali, e così si otterrà il prodotto totale p: es:

			3	7	8	7	5	4	8	7			*Fattori*
							3	0	7	4			
			1	5	1	5	0	1	9	4	8		*Prodotto parziale* I.°
		2	6	5	1	2	8	4	0	9			..... II.°
		0	0	0	0	0	0	0	0				..... III.°
1	1	3	6	2	6	4	6	1					..... IV.°
1	1	6	4	2	9	2	4	7	0	3	8		*Prodotto Totale*

Dimostrazione. Consistendo la moltiplica nel rinvenire il prodotto di più numeri dati, cioè un numero il quale contenga uno di essi tante volte, quanto l'altro contiene l' unità: giusta la definizione di detta, è chiaro che moltiplicando il fattor superiore per ciascun carattere dell' inferiore, si avrà con l' aggregato di tali quantità un siffatto prodotto.

12) D. Perchè dopo aver moltiplicato il primo numero del moltiplicatore, quando siamo al secondo ci prendiamo un luogo di più alla sinistra del pro-

dotto parziale già scritto, cioè scriviamo l' unità sotto le decine ec. ec.?

R. La ragione perchè dopo aver moltiplicato il primo numero del fattore inferiore, per tutte le cifre del superiore, quando siamo al secondo ci prendiamo un luogo di più verso la sinistra, cioè scriviamo l' unità sotto le decine, l' unità sotto le centinaia ec. è *perchè vogliamo moltiplicar decine*, *centinaia*, ec. *per unità* p. es.

			3	7	4	3	8
					4	2	3
		1	1	2	3	1	4
		7	4	8	7	6	0
1	4	9	7	5	2	0	0
1	5	8	3	6	2	7	4

E siccome dicemmo che una cifra costituiva l'unità, due le decine ec. (Teo. 1.ª D. 5.), così ci prendiamo un luogo di più sempre pel numero che dovrà costituire, ed operando al contrario si verrebbe ad avere un prodotto per la somma del fattore inferiore, p.es.

	3	7	4	3	8
			4	2	3
1	1	2	3	1	4
	7	4	8	7	6
1	4	9	7	5	2
3	3	6	9	4	2

e questo è lo stesso che 37438 × 4 + 2 + 3 vale a dire..

	3	7	4	3	8
					9
3	3	6	9	4	2

Dunque in tal modo disposti i detti prodotti particolari ed additati, la somma dinoterà il prodotto generale.

Avvert. A. Quindi sarebbe cosa conducente allorchè s'insegna ad un fanciullo, di far iscrivere i prodotti parziali sempre con lo zero nel luogo ove manca la cifra p. e.

					8	7	4	3	2	*multiplicando* (1)
						3	2	4	6	*multiplicatore*
			5	2	4	5	9	2		
		3	4	9	7	2	8	0		
	1	7	4	8	6	4	0	0		
2	6	2	2	9	6	0	0	0		
2	8	3	8	0	4	2	7	2		

Avvert. B. Se in ambedue i fattori vi saranno dei zeri all' ultimo, questi si potranno tralasciare nel rinvenire i prodotti parziali; ma scriverle nel prodotto totale il numero de' zeri di ambedue i fattori, p. e.

			7	9	4	0	0	
				2	7	0	0	
	5	5	5	8				
1	5	8	8					
2	1	4	3	8	0	0	0	0

(1) La multiplicazione contiene tre numeri, cioè quello che si ripete, e chiamasi moltiplicando; il numero che indica quante volte si ripete, e si chiama moltiplicatore; il risultato dell' operazione, e dicesi prodotto. Ed il moltiplicando, e 'l moltiplicatore considerati come entrambi concorrenti a formare il prodotto, son detti fattori di questo prodotto.

Problema IV

Dati due numeri interi astratti, dividere il maggiore pel minore. (1)

Soluzione. Due casi bisogna quì distinguere: cioè quando il divisore è numero semplice, e 'l dividendo composto: ed allorchè tutti e due sono composti.

1.° Si scrive il divisore alla sinistra del dividendo potendosi anche disporre al contrario (per evitare che un quoziente di molte cifre si confonda con l' operazione che si esegue), e si osserva quante volte il divisore entra nel dividendo nel primo numero di questo, o ne' due primi, e si nota sotto del divisore il numero delle volte entrate, e questo si moltiplica pel divisore, e'l prodotto si pone sotto del dividendo, e precisamente al numero, o numeri primi divisi; si tira una linea orizzontale, e si esegue la sottrazione (avendo luogo): poi si cala un altro numero, e questo si noti con un puntino (per non dimenticarsene), e se il divisore non entra nel dividendo, allora si cala un altro numero: quindi si osserva quante volte il divisore entra nel dividendo ec. e si ripete un tal meccanismo fintantochè si giunge a non avere altri caratteri nel dividendo p. es.

	Divisore	*Dividendo*
	6	1 3 2 4 3
Quoziente o quoto	2 2 0 7	1 2
		» 1 2
		1 2
		« « 4 3
		4 2
		» 1 *Residuo*

(1) Essendo la divisione un' operazione di decomposizione, non consiste solamente nel dividere un numero maggiore, in tante parti uguali, quanto l'addita il minore, perchè 8 : 8 = 1, 24 : 24 = 1.

(*Nota Bene*) 1.° Se il divisore non entra nel numero che si è abbassato dal dividendo, allora convien mettere un zero nel quoziente, come è avvenuto nell' esempio quì sopra addotto. 2.° Il divisore e 'l dividendo numeri composti; in questo caso bisogna prendere tante figure nel dividendo (incominciando sempre dalla sinistra di esso) quante ne addita il divisore, e se questo non entra nelle dette cifre, allora se ne prende una di più: quindi il numero delle volte che il dividendo è stato diviso pel divisore si scrive nel quoziente, e si moltiplica pel divisore, e 'l prodotto si nota sotto le cifre prese, sempre essendo il prodotto di due cifre e le cifre prese tre, allora si deve rimanere di queste quella prima alla sinistra; s' esegua la sottrazione, e 'l residuo si noti (come abbiam detto di sopra): indi si cali un'altra cifra, e se il divisore entra in questo numero, allora si ripete ciò che abbiam detto precedentemente: in contrario si pone zero nel quoziente, e si cala un' altra cifra p. e.

```
  . . . .
1 4 8 9 0 1   | 1 3
1 3           |-------
-----         | 1 1 4 5 3
« 1 8
  1 3
  -----
  « 5 9
    5 2
    -----
    « 7 0
      6 5
      -----
      « 5 1
        3 9
        -----
        1 2
```

```
    . . . .
1 1 0, 1 2 1 4 | 1 3
1 0 4          |-------
-----          | 8 4 7 0 8
« « 6 1
    5 2
    -----
    « 9 2
      9 1
      -----
      « 1 1 4
        1 0 4
        -----
        » 1 0
```

Dimostraz. Allorchè nella sopra esposta maniera si eseguisce la divisione, è chiaro che si viene a ritrovare un numero il quale esprime quante volte il divisore si contiene nel dividendo, e partitamente nelle migliaia, centinaia ec. di questo; o pure si rinviene un numero (quoziente) il quale denota quante volte il dividendo contiene il divisore. Quindi l'anzidetto numero è il ricercato quoziente, giusta la definizione datane.

Avvert. C. Da taluni per abbreviare la divisione l'eseguiscon senza scrivere il sottraente, ma solamente il residuo p. e.

```
      . . .
1 4 1 2 4      |6
  2 1          |-------
    3 2        2 3 5 4
      2 4
```

e se il dividendo e 'l divisore ànno de' zeri dalle unità in poi, questi si possono sopprimere, e nell'uno, e nell'altro la stessa quantità però, e scrivere lo stesso numero di zeri nel quoziente p.es.

```
      . .
4 1 5 0 0 0    |6 0 0
3 6            |-------
---            6 9 1 0 0
» 5 5
  5 4
  ---
  » 1 0
      6
      -
      4
```

Ma queste abbreviazioni bisogna che si facciano da gente esperta nelle Teoriche Aritmetiche, e con molta ponderatezza.

3) D. Perchè la divisione dalla sinistra s'incomincia, e si va, alla dritta? (1)

R. Perchè lo scopo della divisione è di aver il maggior numero (dividendo) diviso in tante parti uguali per quante ne addita il minor numero (divisore); perciò il primo numero del quoziente dev'essere il maggiore, al nostro proposito le migliaia, più il quoziente va ad essere scritto non composto, perchè quando si scrive si è stabilito d'incominciare dalla sinistra andar verso la dritta: quindi l'ordine è al contrario delle tre operazioni precedenti. p. es.

```
  . . .
9 7 0 4        | 3
9              |-------
---            | 3 2 3 4
» 7
  6
  ---
  1 0
    9
    ---
    1 4
    1 2
    ---
      2
```

(1) Cioè perchè la divisione essendo una delle quattro operazioni fondamentali, dista dall'andamento delle altre tre che, si principiano dalla dritta andar verso la sinistra?

Verificazioni delle quattro Operazioni

Problema

Esaminare se nell' addizionare più numeri interi astratti si sia commesso errore.

Soluzione. Eseguita che è l'operazione come dicemmo nel Probl. I.°, si separi con una lineetta orizzontale una colonna, ma per più comodo si toglie la prima, e si addizionano le rimanenti; indi dalla prima somma si toglie questa, e 'l residuo dovrà dare gli stessi numeri della colonna tolta: in difetto, si è commesso errore nell' operazione come p. es.

Uguale	37454		4321819
	19701		1200141
	97	*Uguale*	3791519
	3874		918178 6
	61126	*Addizioni*	18495265
	23672		14703746
Uguale	37454	*Uguale*	3791519

Dimost. Esprimendo la prima somma l' aggregato di tutt' i numeri dati, e la seconda somma l' aggregato de' medesimi meno la colonna tolta, è chiaro che se dalla prima di tali somme, se ne toglie la seconda, il residuo, dovrà esprimere la colonna dell' addizione tolta.

Problema VI

Esaminare se nel sottrarre i detti interi, si sia commeso errore.

Soluzione. Eseguita l'operazione come dimostrammo nel Problema II° si sommano il numero minore (*o sottraente*) e 'l residuo; or la somma che n' emergerà dovrà dare i stessi numeri del minuendo (*o numero maggiore*) p. es.

Uguale	4 3 7 8 9 5 6 7. . .	.*Minuendo*
	1 9 8 9 5 1 4 9. . .	.*Sottraente*
	2 3 8 9 4 4 1 8. . .	.*Residuo*
Uguale	4 3 7 8 9 5 6 7. . .	.*Somma*

Dimost. Siccome le parti unite, formano un dato tutto, così è manifasto che unendo in una Somma, il Sottraente e'l residuo, questa dovrà dare il minuendo o maggior numero.

Digitized by Google

Problema VII

Esaminare se nel moltiplicare i detti interi, si sia commesso errore.

Soluzione. Il prodotto si divida per uno de' fattori, or se 'l quoziente esprimerà l'altro fattore, nell'operazione non èvvi errore alcuno p. e.

```
Uguale     3 2 7 4 5 }
               3 2 4 } FATTORI
          ---------
          1 3 0 9 8 0
          6 5 4 9 0
        9 8 2 3 5
      -----------
      1 0 6 0 9 3 8 0  PRODOTTO | 3 2 4
                . . . .
        9 7 2                Uguale 3 2 7 4 5
        -----
        » 8 8 9
          6 4 8
          -----
          2 4 1 3
          2 2 6 8
          -------
          » 1 4 5 8
            1 2 9 6
            -------
            » 1 6 2 0
              1 6 2 0
              -------
              » » » »  O pure
      1 0 6 0 9 3 8 0 : 3 2 7 4 5 = 3 2 4
```

Dimost. Il prodotto nella moltiplica si rinviene con prendere uno dei fattori tante volte, quante l'indica

l' altro, ma con la divisione s'analizza questa operazione, cioè si viene ad avere l' altro fattore, se uno di questi si divide pel prodotto ec.

Problema VIII

Esaminare se nel dividere le dette cifre astratte intere, si sia commesso errore alcuno.

Soluzione. Il quoziente si moltiplica pel divisore, ed a questo si aggiunga il residuo della divisione se ve n' è stato, or il prodotto esprimerà il dividendo, allora l' operazione ben si è eseguita. p. e.

	Divisore		*Dividendo*
	| 4 3		3 7 9 5 6 9 8 *Uguale*
			3 4 4
Quoziente	8 8 2 7 2		
	4 3		3 5 5
			3 4 4
	2 6 4 8 1 6		
	3 5 3 0 8 8		» 1 1 6
	2		8 6
Uguale	3 7 9 5 6 9 8	*Prodotto*	3 0 9
			3 0 1
			8 8
			8 6
			» 2 *Residuo*

Dimost. Contenendo il dividendo tante volte il divisore, quante il quoziente contiene l' unità; perciò è

chiaro che se il divisore si prende tante volte per quante l'addita il quoziente, ed a questo prodotto si aggiunga il residuo se ve n'è stato della divisione: un tal numero dovrà esprimere il dividendo.

Avvertim. D. Per verificare le dette quattro operazioni, èvvi altra regola detta *del Nove*, la quale sebbene non è sicura come le precedenti, pure per la sua facilità merita di esser rapportata.

Per l'Addizione.

Si uniscono tutt'i numeri addizionati come semplici (cioè calcolarli col solo valore proprio) e tolto dalla loro somma il nove quante volte si può, si noti il residuo: lo stesso si pratichi nella Somma dell'Addizione; or se questi residui si troveranno uguali, l'operazione ben si è eseguita. p. es.

$$\left.\begin{array}{r} 5\ 3\ 8 \\ 2\ 7\ 3 \\ 9\ 9 \\ \hline 9\ 1\ 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} = 46 : 9 = 5 \text{ residuo } 1 \\ \\ \\ = 10 : 9 = 1 \text{ residuo } 1 \end{array}$$

Per la Sottrazione.

Si uniscono nello stesso modo i caratteri sì del numero minore che del residuo, ed osservato quante volte il 9 vi si contiene, si noti il residuo; lo stesso si pratichi nel numero maggiore (o minuendo): or se

i residui saranno uguali l' operazione si sarà ben eseguita. p. es.

$$\left.\begin{array}{r} 3\ 7\ 4\ 5\ 6\ 9 \\ 1\ 9\ 2\ 9\ 7\ 5 \\ \hline 1\ 8\ 1\ 5\ 9\ 4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} = 34 : \ 9 = 3 \text{ residuo } 7 \\ = 61 : \ 9 = 6 \text{ residuo } 7 \end{array}$$

Per la Moltiplica.

I.° Si dee togliere il 9 sì dall' uno che dall' altro fattore, e si devono moltiplicare gli avanzi, dal prodotto si tolga il 9 : e si noti il residuo.

II.° Dal prodotto della Moltiplica si tolga il 9: or se 'l residuo di questo è uguale all' altro residuo, esatta è l' operazione p. es.

$$\left.\begin{array}{l} 5\ 6\ 4 \ldots 15 : 9 = 1 \text{ residuo } 6 \\ 4\ 2 \ldots 6 : 9 = \text{ residuo } 6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 6 \times 6 = 36 : 9 = 4 \text{ re-} \\ \text{siduo Zero} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 2\ 8 \\ 2\ 2\ 5\ 6 \\ \hline 2\ 3\ 6\ 8\ 8 \ldots 27 : 9 = 3 \text{ residuo Zero} \end{array}$$

Per la Divisione.

I.° Si tolga il nove tanto dal quoziente che dal divisore, e si moltiplicano i rispettivi residui, ed aggiunto al lor prodotto l' altro residuo se ve n' è stato, indi si tolga da un tal numero il 9 e si noti l' avanzo.

II.° Si tolga al solito il 9 dal dividendo : or se

l'avanzo di questo è uguale al primo, esatta è l' operazione p. es.

| 37	... 43695	*Divisore* 10 : 9 = 1 residuo 1	1 × 1 = 1 + 35 = 36 : 9 = 4 residuo Zero
1180	37		
	»66	*Quoziente* 10 : 9 = 1 residuo 1	
	37		
	299		
	296	*Dividendo* 27 : 9 = 3 residuo Zero	
	»»35		

Seconda Teorica.

Dei Numeri interi concreti, ossia Denominati.

1) D. Quali si dicono numeri denominati?
R. Quelli che esprimono cose determinate con denominazione, o significazione p. es. 6 ducati, 4 libbre ec.

Avvert. A. Per ben operare nel corso delle quattro operazioni de' numeri denominati, ragion vuole conoscersi in generale la qualità delle monete, de' pesi, e delle misure, ed il valore degli uni in relazione cogli altri nel proprio genere; e ciò per quanto addimandasi per un' Aritmetica: e perciò ò creduto miglior partito distribuirli nel modo seguente, cioè

Cavalli 10 formano il grano; dieci grana, il carlino; dieci carlini, il ducato.

Quadro A Monete

Napoli

Argento		*Rame*	
Ducato . .	10 Carlini . .	10 Grana . .	10 Cavalli
Ducato .	5 Tarì . . .	20 Grana . . .	10 Cavalli
Ducato = ...	100	Grana =	1000 Cavalli
Ducato . .	2 Patacche .	50 Grana	

Ducato = 2 Patacche = 10 carlini = 100 grana (dal 1684 al 1772)

Scudo di Carlo III = 2 mezzi scudi = 5 pezzette di grana 26 ciascuna = 10, di grana 13 (1)

Oro	*Argento*
Zecchino = ...	2 Ducati
Oncetta = ...	3 Ducati
Oncia, o doppia = .	6 Ducati
Quintupla = ...	15 Ducati
Decupla = ...	30 Ducati (dal 1818)

Palermo

Argento	*Rame*
Scudo, o Pezza = 12	Tarì = 240 grana
Oro	*Argento*
Onza = ... 30	Tarì = scudi 2 $\frac{1}{2}$

---

(1) In origine questa moneta aveva il valore del Ducato Napolitano, ma nel 1688 fu aumentato e valeva carlini 11, indi nel 1690 fu portata all'attual valore di grana 130

Estere	Lire	Soldi (20)	Danari (12)
	Franco	Decimi (10)	Centesimi (10)
	Scudo	Denari (10)	
	Scudi	Assi (100)	

Antiche	Quattrino	Denari (4)	Grana (24)		
	Soldi	Danari (12)			
	Asse	Quadranti (4)	Libbre (1)	Once (12)	Danari (24)

Quadro B. Pesi.

L' unità di peso nel nostro Commercio è un grano di formento.

Napoli	Cantaio	Rotola (100) (1)	Once (33 1/3)
	Tomolo	Rotola (40)	
	Staio	Rotola (10 1/3) (pe' fluidi)	
	Some	Pesi (4)	Rotola (40) (per la calce)
	Moggio	Some (4)	Corbelli (4) Rotola (30)
	Carro	Pesi (4)	Rotola (40)
	Salma	Staia (16)	
	Decina	= 4 Rotola	

(1) Questo è in uso in tutte le Prov. e vien detto Napolitano, o di Puglia.

Napoli

Cantaio = 25 decine = 100 rotola
Cantaio piccolo = 100 libbre = 1200 once
Libbra $\overset{12}{\text{Once}}$ $\overset{30}{\text{Trappesi}}$ $\overset{20}{\text{Acini}}$
Libbra = 360 Trappesi = 7200 Acini
Cantaio = 2',000,000 Acini
Rotolo = 20,000 acini
Libbra $\overset{12}{\text{Once}}$ $\overset{10}{\text{Dramme}}$ $\overset{3}{\text{Scrupoli}}$ $\overset{20}{\text{Acini}}$
Libbra $\overset{12}{\text{Once}}$ $\overset{20}{\text{Dramme}}$ $\overset{3}{\text{Scrupoli}}$ o Trappesi $\overset{2}{\text{oboli}}$, Grani $\overset{10}{\text{od}}$ Acini: e questa serve ad i Farmacisti; Essi adoprano dippiù il peso di dram: 1 $\frac{1}{2}$ che chiamano *Aurco*
Libbra = 21,600 Acini
Oncia $\overset{130}{\text{Carate}}$ $\overset{4}{\text{Grani}}$ $\overset{16}{\text{Sedicesimi}}$ (de' Gioiellieri)
Oncia = 7,320 Sedicesimi
Carato $\overset{4}{\text{Grana}}$ $\overset{8}{\text{Ottavi}}$ $\overset{8}{\text{mezz' ottavi}}$
Carato = 256 mezz' ottavi

Provinc.

Basilicata Rotolo = 36 once napolitane
Calabria Rotolo grosso = 48 once napolitane: piccolo 33 once $\frac{1}{3}$
Foggia Rubbo di lana = 26 libbre di Napoli
Gaeta Libbra = 12 once
Gallipoli Libbra grossa = 16 once

Sicilia.

Cantaro o quintale = 100 rotola = 250 libbre
Rotolo = 2 $\frac{1}{2}$ libbre = 30 once
Libbra, $\overset{12}{\text{Once}}$, $\overset{4}{\text{Quarte}}$, $\overset{8}{\text{Dramme}}$ o mezze quarte, $\overset{3}{\text{Scrupoli}}$, $\overset{20}{\text{Cocci}}$

Sicilia.

Coccio, Dinaro, o grano = 8 ottavi
Trappeso = $\frac{4}{5}$ Scrupoli = 16 grani
Pesi usati in Sicilia prima della Legge del 1809. Il rotolo non è stato alterato con la riforma nel suo effettivo peso, ma soltanto nelle divisioni: in Palermo, e nelle altre università, escluso Messina, era diviso in 30 once sottili, che son quelle confermate, ed in 12 once grosse, ciascuna delle quali ne formava 2 $\frac{1}{2}$ sottili
Messina Rotolo sottile = 30 once. Rotolo grosso = 33 once grosse

Esteri.

Libbra, Marchi, Once, Grossi, Denari, Grani
2 8 8 8 24
Libbra = 2 Marchi = 16 Once
Libbra *avoir du poise*, o di havre = 16 once = 128 dramme = 7000 grani di Troy.

Quadro C Misure

L' unità delle misure lineari presso di noi è il minuto, che senza errore sensibile può paragonarsi alla lunghezza di un grano di fomento.

Napoli

Canna Palmi[8] Once[12] minuti[5] Punti[10]
Canna = 96 once = 480 minuti = 4800 Punti
Palmo = 12 once = 60 minuti = 120 decimi
Miglio Palmi[7025] (1)
Miglio Canne[8-8+1]
Tomolo Misure[24]
Tomolo Quarte[4] Misure[6]
Tomolo Mezzetti[2] Quarte[2] Misure[6] Quartarole[4]
Carro di grano = 36 Tomola
Staio Quarti[16] Misurelle[6]
Salma di Gallipoli = 16 Staia
Carro Botte[2] Barili[12] Caraffe[60] (o pure 66 alla minuta)
Giorno Ore[24] Minuti[60'] primi Minuti[60"] secondi
Moggio Quarte[10] None[9] Quinti[5] Passi[2] Palmi[7 1/3]
Moggio in Napoli = 48400 palmi quadrati (2)

(1) Usualmente il miglio si dice essere di mille passi; ma gli Agrimensori lo considerano di mille passi, ciascuno però formato da sette palmi, servendo un tal passo per le Prov. di grande estensione, di pianure, come la Puglia; quest'è di 7000 palmi: gli Ingegnieri per ridurlo a quello di Italia, lo fanno di palmi 7025.

(2) Qui l'Istitutore farà alla meglio comprendere una tal misura all'allievo.

Quarta	=	4840 palmi quadrati
Nona	=	537 $\frac{7}{9}$ . . . . .
Quinta	=	107 $\frac{5}{9}$ . . . . .
Passo	=	53 $\frac{7}{9}$ . . . . .

Passo di terra o Pertica delle seguenti Città o Provincie del Regno

Acerra	=	8 Palmi	Napoli	=	7 $\frac{1}{3}$ Palmi
Aversa	=	8 $\frac{1}{4}$ . . .	Nocera	=	7 $\frac{2}{3}$ . . . .
Barese	=	6 . . .	Nola	=	8 . . . .
Calabria	=	7 . . .	Otranto	=	8 . . . .
Capoa	=	7 $\frac{1}{5}$ . . .	Ottaiano	=	8 . . . .
Cava	=	7 $\frac{2}{3}$	Puglia	=	7 . . . .
Eboli	=	7 . . .	Rocca	=	7 $\frac{2}{3}$ . . . .
Foggia	=	7 . . .	Salerno	=	7 $\frac{2}{3}$ . . . .
Fondi	=	7 $\frac{1}{2}$ . . .	S. Severino	=	7 $\frac{2}{3}$ . . . .
Lucera	=	7 . . .	Sessa	=	7 $\frac{1}{2}$ . . . .
			Somma	=	8 . . . .

Dieci passi formano la catena agrimensoria di Puglia, che è di palmi 70. Cento di queste catene corrispondenti a canne 875 formano il miglio.

Sicilia { Canna, Passetti (4), Palmi (12), Once (12), Linee (12), Punti (12). Canna = 96 Once. Catena = 4 Canne, Corda = 4 Catene = 16 Canne. Miglio = 45 corde. (1)

(1) I pesi e misure della Sicilia sono stati ridotti uniformi con Legge di S. M. Ferdinando III de' 31 decembre 1809, in seguito del Piano del Sistema metrico, presentato dalla Deputazione eretta per la riforma de' pesi e misure della Sicilia stessa, composto dal P. D. Giuseppe Piazzi (Astronomo), e dai professori Signori Marabitti e Balsano: non pertanto si continuano ad usare le misure antiche.

Estere
- Tesa, Piedi^{6}, Pollici^{12}, Linee^{12}, Punti^{12}
- Tesa, Piedi^{6}, Pollici^{12}, Linee^{12}, Decimali^{10}
- Tesa = 10368 punti
- Miglio romano moderno = 6670 palmi
- Cavezza, o Tesa = 6 piedi in Cremona
- Piede = 12 once (Ferrara) Pertica = 10 Piedi (Ferrara)

Avvertim. B. Non permettendo quest'opera elementare, rapportare tutt' i pesi, misure, e monete tanto antichi che moderni, e di ciascuna Nazione; così chi bramerà conoscerli amplamente potrà dirigersi all'opera colossale del nostro Signor D. Antonio Pasquale Favaro, in dove troverà quanto addimandasi su d' un tal soggetto — Metrologia, Gabinetto bibliografico e tipografico, Napoli 1826.

Addizione

2) D. Come si esegue l'addizione de'numeri denominati?

R. I.° Bisogna conoscere con che legge le quantità di differenti grandezze sono tra loro subordinate, e quindi quante unità della specie minore costituiscono una di quelle della specie maggiore. Uopo si dispongano le cifre arabe in modo che corrispondano esattamente tra loro quelli della medesima specie verticalmente: indi si tiri una linea orizzontale.

II. Si principia dall'infima specie per colonna verticale andando da dritta a sinistra, e se ne rinvenga la somma, la quale contenente una o più

unità della specie (prossimamente a questa) maggiore, si conserveranno per questa colonna, e sotto la linea si noterà il solo avanzo, e così di seguito p. es. si abbiano ad addizionare

Colonna . *A*	*B*	*C*	*D*	*E*
	8	12	5	10
Canne,	Palmi,	Once,	Minuti,	Punti.
370,	7,	9,	4,	9
30,	5,	11,	3,	3
1,	7,	5,	4,	6
403,	5,	3,	2,	8

Conoscendosi (come nel quadro C si è detto) che la Canna è composta di otto palmi, ogni palmo di dodici once, ogni oncia di cinque minuti, ed un minuto di dieci punti; così dalla colonna verticale E dei punti sommatala, ed avendo avuto 18 punti, cioè un minuto, ed otto punti, perciò il minuto si unisce a quelli della colonna D, e gli otto si scrivono quali avanzi. La colonna D dà 12 minuti, cioè due once, che si uniscono a quelle della colonna C, e due minuti si scrivono sotto la detta colonna D; e così di seguito: all' ultima colonna si scrivono interamente.

Scolio *A*. Nelle quattro operazioni de' numeri denominati interi, può avvenire sotto ciascuna colonna il numero composto p. es.

	12	60
Botti,	*Barili*,	*Caraffe*
13,	10,	9
9,	11,	8
23,	9,	17

ma ciò non può mai avvenire ne'numeri astratti interi.

Avvert. C. Nel trattare i pesi, monete, e misure si può scrivere la sola prima lettera p. es. T, G, C cioè Tarì, Grana, Cavalli; e quando son ripetute con l'apice, p.e. C, B', B'', C' cioè Carri, Botti, Barili, e Caraffe ec. ec.

Sottrazione

3) D. Come si esegue la sottrazione de' denominati?

R. I.° Si scrive il numero minore sotto il maggiore, indi si principii dalla dritta andar alla sinistra, e si eseguiscano tante sottrazioni particolari, per quante sono le differenti specie di colonne.

II.° Se dal numero superiore non si può togliere l'inferiore, allora si prenderà un' unità dalla colonna immediata a questa (su la sinistra), e si unisca per quanto vale p. es.

	10	10	10
Ducati,	*Carlini*,	*Grana*,	*Cavalli*
371,	3,	7,	2
198,	9,	7,	9
172,	3,	9,	3

Spiega. Per ciò che si è premesso conosciamo che un ducato Napoletano consta di carlini dieci, ed un carlino di grana dieci, ed un grano di cavalli dieci; così al nostro proposito da 2 cavalli non se ne possono togliere 9: quindi somministrando un grano la colonna immediata (7), ed unito questo ai due cavalli, si à 12 cavalli, dai quali si tolgano i 9, e l' avanzo

sarà 3. In seguito nell' altra colonna rimaste 6 le grana, da esse non si possono togliere le 7, perciò prendendo un carlino dalla colonna immediata (3) si unisca alle grana 6, ed avremo grana 16 da cui sottratte le grana 7, l' avanzo sarà 9. Similmente non potendosi dai due carlini rimasti toglierne i 9, si prenda dall'altra colonna (371) un ducato, ed unitolo ai medesimi, si avranno carlini 12, ed eseguita la sottrazione, l'avanzo sarà 3. Finalmente si tolgano dai ducati 370 i ducati 198, e l' avanzo sarà 172. Quindi da ducati 371, 3, 7, 2 — 198, 9, 7, 3 = 172, 3, 9, 5.

Avvertim. D. Le dimostrazioni di dette due operazioni son precisamente le stesse de' numeri interi.

Avvertim. E. Non mi trattengo di dar altre applicazioni, dacchè conoscendosi i sopra esposti quadri (A, B, C,), l' Istitutore potrà ampliarne la Teorica, e trattenere gli allievi per qualche tempo, onde con ispeditezza si eseguiscano le operazioni.

Moltiplica

4) D. Come si esegue la moltiplica? (1)

R. Si deve moltiplicare l'intero, per l' infima specie de' denominati, incominciando anche da dritta andar alla sinistra, e di ogni prodotto parziale togliersi i numeri costituenti la specie prossima, ed unirla a questa come unità, e notare sotto la colonna l' avanzo p. es.

Ducati,	*Tarì*,	*Grana.*		*Ducati*,	*Tarì*,	*Grana*
3 7,	4,	1 8 × 9	=	3 4 1,	4,	2,

(1) Cioè di un intero denominato, per un astratto.

Spiega. Si è moltiplicato il 9 per 18, e si è avuto 162, dal quale toltone, o pure diviso per 20 grana, dacchè 20 grana costituiscono un tarì, si è rinvenuto che vi entra 8 volte con l' avanzo di 2, e questo si è scritto sotto la colonna delle grana, gli otto tarì si sono uniti alla colonna de' medesimi; indi moltiplicato 9 per 4 si è avuto trentasei, ed unito a questo prodotto gli 8 tarì si à 44, onde questo diviso per 5, perchè cinque tarì costituiscono un ducato, si à 8 per quoziente, e l' avanzo è quattro, il quale si scrive sotto la colonna dei tarì, e l' 8 si unisce alla colonna immediata: finalmente moltiplicato 9 per 37, ed aggiunto l' 8, si à 341 ducati.

Divisione

5) D. Come si opera per dividere un numero denominato, per un numero astratto?

R. Si divide per l' intero ciascuna specie di denominati, incominciando però dalla più grande (non di numero ma di specie) indi alla seconda e così fino all' ultima. e ciò affinchè se vi rimane cosa alcuna, si possa questa unire alla specie minore immediata: i quozienti parziali si scriveranno come quì appresso vedesi segnato p. e. Ducati 18, Tarì 4, Grana 16, e Cavalli 9 si àn da dividere per 13

Ducati,	*Tarì,*	*Grana,*	*Cavalli*		*Ducati,*	*Tarì,*	*Grana,*	*Cavalli*
18,	4,	16,	9 : 13 =		1,	2,	5,	9 ⅔ 2

Spiega. Diciotto diviso per 13 dà 1 per quoziente, con l' avanzo di 5 ducati, i quali fanno tarì 25, e que-

sti uniti ai 4 costituiscono 29 : or 13 nel 29 entra 2 volte con l'avanzo di 3 tarì , i quali fanno grana 60 , ed unite alle 16 si ànno 76 , e divise per 13 , si à 5 con l' avanzo di 11 grana , che formano cavalli 110 ed uniti ai nove , si à 119 , e diviso per 13 si à per quoziente 9 con l' avanzo di 2 cavalli , il quale avanzo , stimo per non confondere le teoriche , che sia scritto come di sopra.

Avvertim. F. Talora accade che la prima specie, od altre non si possono dividere pel dato numero , allora bisogna ridurla a quella immediata, e se questa neppure è suscettibile, per l'altra a questa immediata ec.p.es.

I.°	Piastre,	Tarì,	Grana		Piastre,	Tarì,	Grana
	3,	2,	18 : 19 =		0,	1,	2

II.°	Piastre,	Tarì,	Grana		Piastre,	Tarì,	Grana
	3,	2,	18 : 25 =		0,	0,	16 ⅟ 18

Scolio *B.* I numeri tanto per l'addizione, che per la sottrazione nelle due Teoriche cioè degl'interi astratti , e denominati, debbono essere omogenei ; ma per la moltiplica , e divisione possono essere e dell'una, e dell' altra specie , come diremo trattandosi delle frazioni.

Avver. G. Le operazioni de' denominati si possono ben semplificare con iscriverle in un rigo, come qui appresso, potendosi fare le operazioni all'uopo, o su d'un poco di carta , o su tela.

Problema I

Bisogna addizionare le seguente partite di un negoziante di vino.

Carri,	Botti,	Barili,	Caraffe		C,	B',	B'',	C^e
13,	1,	9,	57	=	34,	1,	6,	12
9,	0,	3,	48					
11,	1,	4,	27					

Problema II

Si domanda sottrarre da

Libbre,	Once,	Dramme,	Scrupoli,	Acini		L,	O,	D,	S,	A,
817,	9,	7,	0,	17	=	719,	9,	7,	0,	18
97,	11,	9,	2,	19						

Problema III

Si brama conoscere 37 giorni, 14 ore, e 19 minuti primi, presi 18 volte che tempo costituiscono

Giorni,	Ore,	minuti Primi		G,	O,	M'
37,	14,	19 × 18	=	676,	17,	42

Problema IV

In un' Amministrazione di beneficenza si à da dividere a 96 indigenti, la seguente somma

Piastre,	Tarì,	Grana		Piastre,	Tarì,	Grana	Cavalli
314,	5,	19	:96 =	3,	1,	13	7 ⅔ 38

Ed ecco che spetta a cadauno, piastre tre, tarì uno, e grana tredici, con l' avanzo di grana settantuno, le quali si possono ridurre a cavalli ec. ec.

N. B. Le verificazioni delle quattro operazioni di sopra esposte, sono le stesse di quelle degl'interi astratti: quindi si crede superfluo ripeterle.

Terza Teorica

Delle Frazioni.

1) D. Che cosa è *frazione?*

R. Quella quantità che esprime una o più parti eguali di un'unità considerata come lor tutto: p. es. se un'unità la pongo eguale a 5, o divisa in cinque parti, e ne voglio prender 3, l'esprimerei così: *tre quinti*, e si scrive $\frac{3}{5}$; e queste si dicono anche *rotti*, o *minuzie*.

2) D. Per esprimere una frazione quanti numeri vi abbisognano?

R. Due numeri, uno che denomina in quante parti eguali si è divisa l'unità, e si chiama *denominatore*, e scrivesi sotto una lineetta orizzontale: l'altro che numera quante di siffatte parti si àn da prendere, e si chiama *numeratore*, e scrivesi sopra la lineetta orizzontale così $\frac{3 \text{ numeratore}}{5 \text{ denominatore}}$

3) D Quale dicesi frazione di frazione?

R. Ogni quantità numerica che esprime una, o più parti non di un'unità, ma di un' altra frazione, p. es. $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{5}$ di ducati = carlini 3

4) D. Donde nasce la frazione?

R. Da una divisione che non si è potuto eseguire, cioè il divisore maggiore del dividendo per es. $4:5 = \frac{4}{5}$, cioè cinque persone da dividersi ducati quattro, ove la frazione $\frac{4}{5}$ esprime un ducato diviso in cinque parti uguali presene quattro, cioè 80 grana, che divise a cinque persone ducati 4, ovvero grana 400, e si à per quoziente 80 grana.

5) D. Il numeratore di una frazione, ed il denominatore della stessa, a chi corrispondono rispettivamente?

R. Equivalendo ogni frazione al quoziente di una divisione, ben si comprende che il numeratore corrisponde al *dividendo*, e'l denominatore al *divisore*, così p. es. $\frac{18}{4}$ di canna = 4 canne ed $\frac{1}{2}$: ecco come si analizza.

6) D. Il numeratore che cosa fa nella frazione?

R. Numera quante parti si àn da prendere dall'unità.

7) D. E'l denominatore?

R. Denomina in quante parti uguali è divisa l'unità.

8) D. Quale dicesi rotto vero, e quale spureo?

R. *Rotto vero* è quello il di cui numeratore è minore del denominatore, p. es. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$ ec.

Rotto spureo se il numeratore è uguale, o maggiore del denominatore, p. es. $\frac{8}{8}$, $\frac{9}{8}$, essendo la prima

uguale all' unità, e la seconda uguale all' unità più $\frac{1}{8}$, *e queste ultime diconsi a rigore, espressioni frazionarie, dacchè la frazione è quella quantità minore dell' unità.*

9) D. Si altera il valore di una data frazione con moltiplicare o dividere per un medesimo numero, tanto il numeratore che 'l denominatore?

R. Nò I. p. es. sia la frazione $\frac{3}{4}$ or se si moltiplica per 2 sì il numeratore 3 ch 'l denominatore 4 si avrà la frazione $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, perchè la prima denota l' unità divisa in otto parti eguali, dovendone prendere 6; la seconda (cioè $\frac{3}{4}$) l' unità divisa in 4 parti eguali dovendone prendere 3; ed infatti posta l'unità = 24, $\frac{6}{8}$ = 18 parti e $\frac{3}{4}$ = 18 delle stesse.

II. Parimente non si altera il valore d'una frazione con dividere per un medesimo numero intero, sì il numeratore che 'l denominatore p. es. $\frac{6}{15}$ se si divide per 3 tanto il numeratore 6 che 'l denominatore 15 sarà $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$, e ponendo l'unità = 30 sarà $\frac{6}{15}$ = 12 parti e $\frac{2}{5}$ = 12 benanche.

10) D. Come si riducano le frazioni di differenti denominatori a' medesimi, senza però alterarne il valore?

R. I. Si moltiplichi il numeratore di ciascuna frazione, pel prodotto de' denominatori delle altre *fuorchè il suo*, e questi formeranno i numeratori ec.

II. Si moltiplicano i denominatori delle frazioni, e'l prodotto esprimerà il denominatore di ciascuna frazione ridotta p. es. $\frac{6}{8}$ e $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{6}$ $=$ $\frac{90,}{240,}$ $\frac{180,}{240.}$ $\frac{192}{240}$ o pure $\frac{90, 180, 192}{240}$; ben si vede che in quest' operazione altro non si fa che moltiplicare tanto il numeratore, che 'l denominatore per un medesimo numero, ma un tal operare nella dimanda precedente (cioè Teo. 3 di: 9) si è dimostrato che non altera il valore di una data frazione; dunque il ridurre frazioni di differenti denominatori (o denominazione) a' medesimi (od alla medesima) non altera il valore delle frazioni.

Avvertim. A. Una siffatta operazione si può abbreviare, qualora di due o più frazioni il denominatore di una sia esatto divisore delle altre, perchè allora si divide pel maggiore denominatore il minore, indi per un tal quoziente si moltiplichino sì il numeratore che 'l denominatore della frazione che à il denominatore minore p. es. $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{12}$ or $12 : 3 = 4$, e $4 \times 3 = 12$, e $4 \times 2 = 8$, perciò $\frac{8}{12}$ e $\frac{5}{12}$: onde ben si comprende che $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ ec.

11) D. Quando due o più frazioni diconsi eguali?

R. Qualora i loro numeratori vengon egual numero di volte contenuti ne' rispettivi denominatori, ma poi una minore dell' altra, se il numeratore di quella si contiene nel proprio denominatore più volte, che il numeratore di questa nel suo p. e. $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$, $\frac{7}{8} = \frac{63}{72}$, ma $\frac{16}{24} > \frac{56}{96}$; o pure ri-

dotte alla medesima denominazione, quella che à il numeratore minore, è di minor valore di quella che l'à maggiore.

12) D. Come si trova il massimo comun divisore (o la massima comune misura) tra due numeri dati?

R. Il numero maggiore si divide pel minore, il quoziente si tralascia, indi il numero minore (ossia divisore della prima divisione) si divide pel residuo della medesima prima divisione, e così di seguito fintantochè si perviene ad una divisione senza residuo, ora il divisore di questa ultima, sarà il *massimo comun divisore de' due numeri dati* p. e. sia da trovarsi il massimo comun divisore tra i due numeri 720, e 504 or

| 504	720		
1	504		
	| 216	504	
	2	432	
		| »72	216
		3	216
			»»»

Che sia 72 il massimo comun divisore è chiaro, perchè divide sì l'un che l'altro numero senza rimanervi residuo alcuno, quando che se si suppone che i medesimi possano avere per comun divisore un numero maggiore di 72, è manifesto che per ciò che detto abbiamo dovrà un tal numero divider benanche il residuo della prima divisione 216 e perciò anche quello della seconda 72,

ed ecco che sarebbe il 72 diviso da un numero maggior di esso, locchè ripugna: quindi non potendo i detti numeri avere un divisore comune maggiore del 72 esso è il massimo.

Avvertim. B. I.° Talora accade che tra due numeri uno divide esattamente l' altro, allora il *minore è il massimo comun divisore* p. e. 60 e 120 ben si vede che 60 una volta misura sè stesso e due il 120.

II.° Se tra due numeri allorchè se ne vuole rinvenire il massimo comun divisore, si trova esserne l' unità la detta comune misura, allora i detti numeri non ànno altro divisor comune che l' unità, e gli Aritmetici per distinguergli in detto rincontro, chiaman tali numeri *primi tra loro.*

Coroll. A. Numeri primi tra loro son quelli che, altro comun divisore non ànno che l' unità. *Numero primo* quello che altro divisor non à che l' unità e sè stesso.

13) D. Come si riduce una frazione a minimi termini?

R. I.° Si trovi tra il numeratore e 'l denominatore il massimo comun divisore.

II.° Per questo divisor comune si divide, sì il numeratore che 'l denominatore: la frazione che n' emergerà sarà la dimandata p. e.

$\frac{336}{480}$ il massimo comun divisore è 48 perciò 336 : 48 = 7, e 480 : 48 = 10; ed ecco che la frazione è $\frac{7}{10}$ onde $\frac{7}{10} = \frac{336}{480}$, la dimostrazione è chiara perciò che si è detto Teo: 3 Dimanda 9.

Avvertim. C. I. Se il numeratore è esatto diviso-

re del denominatore, in questo caso, il numeratore è il massimo comun divisore p. e. $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

II. Se i numeri della frazione son primi tra loro, allora non si potranno ridurre a minimi termini p. e. $\frac{11}{18}$ e $\frac{22}{36}$ ec. ec.

III. Volendo ridurre una frazione a minimi termini senza assoggettirsi a ciò che si è detto nella dimanda 13 Teo. 3 si può (come usualmente si pratica) prendere la terza, quarta, quinta ec. parte sì del numeratore che del denominatore (prestandosi amendue i termini della frazione) p. e. $\frac{372}{1892}$ prendendone 2 volte la metà si à $\frac{93}{473} = \frac{372}{1892}$, $\frac{875}{9720}$ prendendone una volta la quinta parte si à $\frac{175}{1944} = \frac{875}{9720}$ ma *in ciò bisogna essere molto attento.*

14) D. Come si riduce un intero in espressione frazionaria senza alterarne il il valore?

R. Due casi si posson dare, cioè

I. Che l'intero non abbia denominatore, ed allora soscrivesi l'unità p. e. 6 si vuol ridurre ad espressione frazionaria, sarà $\frac{6}{1}$

II. Assegnando al detto intero il denominatore, ed in questo caso bisogna moltiplicare l' intero dato pel denominatore, e 'l prodotto sarà il numeratore della frazione, con sottoscrivervi il denominatore dato: or una tal frazione equivarrà l' intero p. e. Si voglia l' intero 12 ridurre ad una frazione che abbia per denominatore 18, sarà $12 \times 18 = 216$ e qnesto è il numeratore,

ed il denominatore è 18, quindi l' espressione frazionaria richiesta è $\frac{216}{18}$; 8, per denominatore 9 = $\frac{72}{9}$ ec. ec.

Spiega. Conoscendosi che la frazione equivale al quoziente che si à con dividere il numeratore pel denominatore, ma il quoziente di qualunque numero, diviso per 1 è lo stesso numero, perciò se ad un intero si soscrive l' unità, questo avrà la forma di frazione, ma nullo perderà del suo valore. E siccome se d' una frazione si moltiplichi tanto il numeratore che 'l denominatore per uno istesso intero, non si altera il valore di detta frazione (Teo. 3 di. 9) così se 12 si vuol ridurre ad espressione frazionaria che abbia per denominatore 19 sarà $\frac{228}{19}$ e questa uguale a $\frac{12}{1}$ perchè altro non si è operato se non moltiplicare 19 tanto per 1 che per 12.

15) D. Come riducesi una frazion di frazione, a frazione semplice dello stesso valore?

R. Si moltiplichino scambievolmente numeratori per numeratori, e denominatori per denominatori, la frazione che avrà per numeratore il prodotto de' numeratori, e per denominatore, il prodotto de' denominatori sarà la dimandata p. e.

$\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{7}$ = $\frac{8}{21}$, $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{5}$ = $\frac{3}{10}$

Spiega. Nella frazione $\frac{9}{15}$ se moltiplicasi tanto il numeratore che il denominatore per 2, è chiaro che la

frazione risultante $\frac{18}{30}$ è dello istesso valore: laonde $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{5}$ non differirà da $\frac{1}{2}$ di $\frac{6}{10}$, ma $\frac{1}{2}$ di $\frac{6}{10} = \frac{3}{10}$ che ritrovasi moltiplicando 1 per 3, e 2 per 5 (e ciò meglio si comprenderà allorchè parleremo della moltiplica delle frazioni, perchè il prodotto che nasce dal moltiplicare due frazioni è appunto il risultato della riduzione di frazione di frazione, a frazione semplice): dunque $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{5} = \frac{3}{10}$.

Corollario B. Col metodo sopra esposto si possono ridurre a frazione semplice, le frazioni di altre frazioni, p. e. $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{7} = \frac{24}{84}$, e riducendola a minimi termini $\frac{6}{21}$

Scolio A. Ed applicando una tale operazione ai denominati si à p. e. $\frac{1}{3}$ di $\frac{4}{5}$ di $\frac{5}{6}$ di ducato $= \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$, or $\frac{5}{6}$ esprime un tutto (che al nostro proposito è il ducato Napolitano che consta di 100 grana) diviso in 6 parti uguali, presone 5, e perciò uguale a grana 83 $\frac{1}{3}$, ed indi $\frac{4}{5}$ di $\frac{5}{6}$ uguale a grana 66 $\frac{2}{3}$, ed $\frac{1}{3}$ di $\frac{4}{5}$ uguale a grana 22 $\frac{2}{9}$, ciò fatto la frazione risultante $\frac{2}{9}$ di ducato è benanche uguale a grana 22 $\frac{2}{9}$ ed ecco che ben si è operato come di sopra si è detto; perciò è molto utile di far applicare la riduzione di frazione di frazione ec. a frazione semplice dello stesso valore, alle Monete, Pesi, e Misure, e farle scri-

vere come qui appresso. (Per ben comprendere queste operazioni ragion vuole premettervi la dimanda 2.° Teo. 4.ª) p. e.

I.° $\frac{1}{3}$ di $\frac{4}{5}$ di $\frac{5}{6}$ di ducato $= \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$

grana $22\frac{2}{9}$ grana $66\frac{2}{3}$ grana $83\frac{1}{3}$ grana $22\frac{2}{9}$

II.° $\frac{1}{5}$ di $\frac{3}{8}$ di $\frac{5}{6}$ di canna $= \frac{15}{240} = \frac{1}{16}$

once 6 once 30 once 80 once 6

III.° $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{8}$ di $\frac{5}{6}$ di rotolo $= \frac{15}{96} = \frac{5}{32}$

once $5\frac{5}{24}$ once $10\frac{5}{12}$ once $27\frac{7}{9}$ once $5\frac{5}{24}$

Delle quattro Operazioni delle Frazioni.

1.°

Addizione.

16) D. Come si addizionano le frazioni?

R. I. Se ànno i medesimi denominatori allora si sommano i numeratori, e si sottopone il denominatore comune, p. e. $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

II. Avendo le frazioni denominatori differenti, si riducano prima alla medesima denominazione (Teo. 3 di. 10): indi si addizionino i numeratori, e si sottoponga il denominatore comune, p.e.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} = \overset{\text{rid. alla med. den.}}{\frac{54+60+48}{72}} = \frac{162}{72} = 2\frac{18}{72} = 2\frac{1}{4}$$

Or i numeratori delle frazioni esprimono parti di egual grandezza, allorchè ànno gli stessi denominatori: ed il tutto si può avere con l'unione delle sue parti prese insieme; quindi una frazione che avrà per numeratore l'unione di tutt' i numeratori, ridotti pria alla medesima denominazione, e per denominatore il comune, esprimerà la lor somma.

2.°

Sottrazione.

17) D. Come si sottraggono le frazioni?

R. I. Se ànno gli stessi denominatori, allora dal numeratore maggiore si toglie il minore, e 'l residuo sarà il numeratore della nuova frazione, sottoponendovi il denominatore comune, p. e.

$$\frac{5}{7} - \frac{4}{7} = \frac{1}{7}$$

II. Se non ànno la medesima denominazione, allora si riducano prima alla stessa denominazione, indi dal numeratore maggiore si tolga il minore, e si soscrive il denominatore comune, p. e.

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{7} = \overset{\text{rid. alla st. den.}}{\frac{49 - 40}{56}} = \frac{9}{56}$$

Siccome di due frazioni ridotte alla medesima denominazione i numeratori esprimono parti della stessa grandezza; perciò ben si comprende che se dal numeratore maggiore si tolga il minore, la frazione che avrà per numeratore un tale avanzo, e per denominatore il comune, indicherà la differenza.

3.°

Moltiplica.

18) D. Come si moltiplicano le frazioni?

R. Si moltiplichino scambievolmente sì i numeratori che i denominatori, e la frazione che avrà per numeratore il primo prodotto, e per denominatore il secondo, sarà il richiesto prodotto,

p. e. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$

Consistendo la moltiplica nel prendere un dei fattori tante volte per quante ne indica l'altro, è chiaro che moltiplicando $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{7}$ è lo stesso che prendere il $\frac{3}{4}$ due settime di volta, val quanto dire prendere $\frac{2}{7}$ di $\frac{3}{4}$ equivalente a $\frac{6}{28}$

19) D. Perchè nel moltiplicare le frazioni il prodotto di esse viene ad esser minore di ciascun fattore?

R. Perchè il moltiplicare una frazione per un'altra, p. es. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$ è lo stesso che prendere una metà delle due terze parti dell' intero, è perciò il prodotto dovrà esser minore di ciascun fattore.

Coroll. C. È da riflettersi che qualunque numero intero, o fratto, quando si moltiplica per l' unità, rimane lo stesso, e moltiplicandosi per un intero sempre si aumenta, perchè lo stesso numero si prende più volte; p. es. $8 \times 1 = 8$, $\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$, $8 \times 4 = 32$, $\frac{3}{4} \times 4 = \frac{12}{4} = 3$

4.°

Divisione.

20) D. Come si dividono le frazioni?

R. Si moltiplichi il numeratore della frazione dividenda pel denominatore della frazione divisore, ed il prodotto sarà il numeratore della frazione quoziente: indi moltiplicato il denominatore della frazione dividendo pel numeratore della frazione divisore, si avrà il denominatore della frazione quoziente, p. es.

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Od in altra guisa, si rovesci la frazione divisore, ed indi moltiplicando numeratore per numeratore, denominatore per denominatore, si avrà la frazione che esprimerà il quoziente richiesto, p.es. $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$ e rovesciando il divisore $\frac{4}{5}$ si avrà

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

È chiaro che riducendo le frazioni date alla medesima denominazione, queste esprimeranno collezioni dell' istessa parte dell' unità, e perciò dividendo il numeratore della frazione dividendo ridotta, pel numeratore della frazione divisore benanche ridotta, si avrà la frazione quoziente che si cercava; per dividere dunque $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, convien ridurre queste frazioni al medesimo denominatore, ed indi dividere il numeratore della prima per quello della seconda, ossia multiplicare 2 per 5, e dividere il prodotto per 3×4, cioè operare come di sopra.

21) D. E se le frazioni che si àn da dividere ànno gli stessi denominatori, per risparmiar tempo che àssi a fare?

R. Si abbandoni il denominatore comune, indi si divida il numeratore dividendo pel numeratore divisore, ed il quoziente sarà il ricercato, p. es.

$\frac{7}{8} : \frac{5}{8} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$; di fatti

$\frac{7}{8} : \frac{5}{8} = \frac{7}{8} \times \frac{8}{5} = \frac{56}{40} = 1\frac{16}{40}$ cioè $1\frac{2}{5}$, seguendo la regola ordinaria detta di sopra.

Scolio B. Nella frazione aumentandosi il numeratore solamente, il suo valore addiviene maggiore, perchè più si accosta all' unità: al contrario aumentandosi il solo denominatore, resta essa diminuita, dacchè viene ad esser l'unità divisa in un maggior numero di parti. Se si diminuisce il numeratore solamente la frazione diviene minore p. e. $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ e quindi $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$; se si diminuisce solamente il denominatore la frazione cangia valore, ma diviene maggiore p. es. $\frac{3}{14}$ diminuendo il denominatore 14 e facendolo 13 si à $\frac{3}{14} < \frac{3}{13}$ Se si aggiunga tanto al numeratore che al denominatore un istesso numero, la frazione altera di valore, e diviene maggiore p. es. aggiungendosi 3 ad ambo i termini della frazione $\frac{5}{6}$, avremo $\frac{8}{9} > \frac{5}{6}$: al contrario se dai due termini della frazione si tolga un istesso numero, essa diminuisce di valore, p. es. togliendo si dal numeratore che dal denominatore di $\frac{5}{6}$ il numero 2, si avrà $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

Se poi si moltiplichino, o si dividano ambo i termini per un medesimo numero, la frazione non cambia di valore, p. es. moltiplicando per 8 ambo i termini della frazione $\frac{2}{3}$, avremo $\frac{2}{3} \times \frac{8}{8} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$: e dividendo per 8 i termini della frazione $\frac{16}{24}$, avremo $\frac{16:8}{24:8} = \frac{2}{3}$ come dimostrammo dim. 9 Teorica 3.ª

Avvertim. D. Nella Teorica seguente esporremo le verificazioni delle quattro operazioni delle frazioni.

Quarta Teorica

Degl' Interi uniti alle Frazioni.

1) D. Come si esegue l'addizione degl' interi uniti alle frazioni?

R. I.° Si addizionino le frazioni (Teor. 3 dim. 16)

II.° Si addizionino gl' interi, e se l' aggregato delle frazioni contenga degl' interi, questi si uniranno alla seconda somma, p. es. si abbiano

$$\text{ad addizionare} \left\{ \begin{array}{l} 6\frac{7}{12} = 6\frac{224}{384} \\ 12\frac{1}{8} = 12\frac{48}{384} \\ 3\frac{3}{4} = 3\frac{288}{384} \end{array} \right\} = 21\frac{560}{384} = 22\frac{11}{24}$$

2) D. Come si riduce un intero ed una frazione tutto a frazione?

R. Bisogna moltiplicare l' intero pel denominatore della frazione, ed indi aggiungere a questo prodotto il numeratore della frazione medesima, p. es. $4\frac{3}{5}$ ridotto tutto a frazione è uguale $\frac{23}{5}$.

Dimostrazione. Rappresentando $4\frac{3}{5}$ la somma di $\frac{4}{1} + \frac{3}{5}$, e queste ridotte alla stessa denominazione sono eguali a $\frac{20+3}{5} = \frac{23}{5}$. Ed ecco che per addizionare interi e frazioni, si può anche usare di tal mezzo, cioè riducendo

primo ciascun intero e frazione, ad espressione frazionaria, ed indi fatta l'addizione, come nelle frazioni, ricavarne gl' interi, e ridurre la frazione residuale alla minima espressione. Questo mezzo è atto pure per la soluzione delle tre operazioni seguenti.

3) D. Come si sottrae da un intero una frazione?
R. Bisogna ridurre una unità dell'intero, a frazione dello stesso denominatore della frazione data, indi sottrarre da questa la proposta, p.es. $7 - \frac{4}{5} = 6\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = 6\frac{1}{5}$.

4) D. Ed un intero, ed una frazione sottrarla da un altro intero unito a frazione?
R. Bisogna eseguir prima la sottrazione delle frazioni, facendo sempre l'intero maggiore, da minuendo ancorchè la frazione di questo sia minore dell'altra, perchè allora si prende un'unità dall'intero maggiore, e si riduce a frazione di denominatore uguale alla frazione dell'intero minore, ed indi unito alla frazione, si sottrae la frazione sottraente, cioè quella che è vicino all' intero minore, p. es. 1.° $9\frac{2}{3} - 4\frac{1}{2} = 9\frac{4}{6} - 4\frac{3}{6} = 9 - 4, \frac{4-3}{6} = 5\frac{1}{6}$ 2.° $8\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}$ prendendo dall' 8 una unità, ed aggiungendola ad $\frac{1}{2}$, avremo $7\frac{3}{2} - 3\frac{5}{6} = 7\frac{18}{12} - 3\frac{10}{12} = 7 - 3\frac{18-10}{12} = 4\frac{8}{12} = 4\frac{2}{3}$ O pure riducendo gl'interi e frazioni ad espressioni frazionarie, p. es. $8\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6} = \frac{17}{2} - \frac{23}{6} = \frac{102-46}{12} = \frac{56}{12} = 4\frac{8}{12} = 4\frac{2}{3}$.

5) D. Come si moltiplica un intero per una frazione?

R. Si soscriva all' intero un' unità (T. 3 D. 14) affinchè divenga frazione, indi si esegua come dimostrammo nella (T. 3.ª D. 18), p. es, $6 \times \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4$ (richiamo alla memoria il Corol. B. e lo Scolio A Teor. 3.ª)

6) D. E per moltiplicare un intero unito a frazione per altro intero e frazione?

R. I.° Si moltiplichi l'intero per l' intero, indi ciascun intero per la frazione dell'altro rispettivamente, ed in fine la frazione dell'uno per la frazione dell'altro: il totale sarà il prodotto ricercato, p. es. $4\frac{2}{3} \times 3\frac{5}{6}$ equivale ai seguenti prodotti, cioè $4 \times 3 + 4 \times \frac{5}{6} + 3 \times \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$ vale a dire $12 + \frac{20}{6} + \frac{6}{3} + \frac{10}{18} = 12 + \frac{1080 + 648 + 180}{324} = 12\frac{1908}{324} = 17\frac{8}{9}$ Ma il miglior metodo, ed il più facile che credesi è quello di ridurre prima ad espressioni frazionarie gl'interi e le frazioni, e quindi eseguire la moltiplica come nelle frazioni, ritraendone in fine gl'interi, p. es.

$4\frac{2}{3} \times 3\frac{5}{6} = \frac{14}{3} \times \frac{23}{6} = \frac{322}{18} = 17\frac{16}{18} = 17\frac{8}{9}$

7) D. Come si opera per dividere un intero per una frazione?

R. Bisogna considerare l' intero come frazione, con sottoporvi l' unità, e così operare, come nelle frazioni (Teor. 3 D. 20), p. es.

$9 : \frac{2}{3} = \frac{9}{1} : \frac{2}{3} = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$

8) D. Ed un intero con frazione per altro intero e frazione?

R. Ridurre ad espressioni frazionarie come dimostrammo (Teor. 4 D. 2), e poscia eseguire come nelle frazioni, p. es.

$$7\frac{3}{4} : 6\frac{4}{5} = \frac{31}{4} : \frac{34}{5} = \frac{155}{136} = 1\frac{19}{136}$$

Coroll. A. I.° Da ciò che abbiamo esposto ne segue che, per moltiplicare un numero denominato per altro anche denominato, bisogna amendue ridurli ad unità dell' infima specie, e sottoporre a ciascuno per denominatore quel numero che si à con ridurre un'unità della maggiore specie alla minore, ed il rimanente operare come nella moltiplicazione delle frazioni. S'abbiano a moltiplicare

ESEMPIO I°

Ducati, Grana, Cavalli, Canne Pal. On.

$$12,\ 25,\ 3 \times 6,\ 5,\ 4 = \frac{12253}{1000} \times \frac{640}{96} =$$

$$\frac{7841920}{96000} = 81 \text{ duc. } 68 \text{ gr. cavalli } 6\frac{2}{3}$$

Spiega. Il multiplicando 12 ducati 25 grana e 3 cavalli ridotti a cavalli uguaglia 12253 cavalli, e poichè un cavallo paregggia $\frac{1}{1000}$ del ducato, così il multiplicando suddetto è uguale a $\frac{12253}{1000}$ di ducato; similmente il multiplicatore 6 canne, palmi 5 ed once 4 uguale $\frac{640}{96}$ di canna; dunque il prodotto di 12 duc. 25 gr. e 3 cavalli multiplicato per 6 canne 5 palmi e 4 once $= \frac{12253}{1000} \times \frac{640}{96} = \frac{7841920}{96000}$ di ducato, giacchè il prodotto dev' essere della stessa specie del multiplicando, e

perciò eseguendo la divisione, la risultante espressione frazionaria dà 81 ducati con un resto di 65920 ducati da dividersi per 96000, e poichè il ducato consta di 100 grana, così multiplicando 65920 per 100 si à 6592000 e dividendolo per 96000, si avranno 68 grana per quoziente col residuo di 64000 grana che ridotte a cavalli moltiplicandole per 10, si à 640000 e divise per 96000 ne risulta $6\frac{64000}{96000} = 6\frac{64}{96} = 6\frac{2}{3}$

ESEMPIO II°

Lire	Soldi	e Danari		Tese	Piedi		
7	11	2	×	7	4	$= \frac{1814}{240} \times \frac{46}{6} =$	

$\frac{83444}{1440} =$

Lire	Soldi	Danari
57	18	$11\frac{1}{3}$

II.° Dovendosi dividere un numero denominato per un altro anche denominato bisogna ridurre, come nella multiplica, i due numeri dati a frazioni, e dividere quindi il rotto dividendo pel rotto divisore, e svolgere in seguito il rotto quoziente nelle unità di diverse specie.

ESEMPIO I°

Conoscendosi che 18 Tese 2 Piedi, 9 Pollici e 4 Linee di un dato lavoro son costate Lire 687 Soldi 6, e Denari 2, si dimanda il prezzo di una Tesa:

Lire	Soldi	Danari		Tese	Piedi	Pollici	Linee	
687	6	2	:	18	2	9	4	=

$\frac{164954}{240} : \frac{15952}{864} = \frac{14250256}{3828480} =$

Lire	Soldi	Danari
37,	4,	$6\frac{318}{997}$

Spiega. Il dividendo 687 lire, 6 soldi e 2 denari ridotti a danari son uguali $\frac{165554}{240}$ di lira e 18 tese 2 piedi

e 9 pollici e 4 linee uguagliano $\frac{15952}{864}$ di tesa, e perciò si à $\frac{164954}{240} : \frac{15952}{864} = \frac{142520256}{3828480}$ di lire, è risoluta questa espressione frazionaria si à 37 lire col residuo di 866496 le quali perchè non divisibili per 3828480, così ridotte a soldi, (moltiplicandole per 20, dacchè la lira consta di 20 soldi) si ànno 17329920 ed eseguita la divisione si rinvengono 4 soldi col resi duo di 2016000 e ridotti questi a denari con multiplicargli per 12 (perchè un soldo consta di denari 12 si ànno denari 24192000 e divisi per 3828480 si ànno per quoziente denari 6 col residuo 1221120 che non potendosi ridurre se ne forma la frazione di denaro $\frac{1221120}{3828480}$ e questa ridotta a minimi termini è uguale a $\frac{318}{997}$ Che il quoziente debb' essere di Lire Soldi e Denari è chiaro, poichè il dividendo è un prodotto nato dal divisore e dal quoziente, dovrà perciò essere della stessa natura del multiplicando; quindi essendo in questo caso il divisore di natura diversa del dividendo, dovrà conseguentemente il quoziente considerarsi come multiplicando, ed esser perciò della stessa natura del dividendo.

ESEMPIO II°

D. G. C. C. P. O. Doc. Gr. Cav.

$$81, 68, 4 : 6, 5, 4 = \frac{81684}{1000} : \frac{640}{96} : = \frac{7841664}{640000} = 12 \quad 25 \quad 2\frac{2}{5}$$

III.° Se poi il dividendo e'l divisore sono omogenei, in questo caso il quoziente sarà d'una specie diversa.

ESEMPIO I°

Il costo di una canna di lavoro essendo importata 12 ducati e grana 56, si domanda quanto di que-

sto lavoro si potrà fare con ducati 168 e grana 90. Quì il dividendo 168 ducati e 90 grana è composto con gli 12 ducati e grana 56 nella stessa maniera, come il numero che misura il lavoro cercato è composto con la canna e sue suddivisioni, così il quoziente debb' essere espresso da quest' ultima misura. Per ottenerlo si consideri che il suo valore non dee cangiarè allorchè si convertono il dividendo e 'l divisore in parti dello stesso valore, poichè, *le frazioni del medesimo denominatore, danno lo stesso quoziente che quello de' loro numeratori*, ed ecco che riducendo amendue i termini a grana i stessi si renderanno astratti, il dividendo 168 ducati e grana 90 = 16890 grana, il divisore 12 ducati e grana 56 = 1256 grana, indi riguardati il dividendo come se fosse composto di canne, ed il divisore come un numero astratto, imperciocchè se la canna non costasse che d' un grano se ne avrebbero 16890, ma costando 1256 grana, non si dee prendere che la 1256ma parte del primo numero, ed eccone l' operazione

$\frac{16890}{100} : \frac{1256}{100} = 16890 : 1256 =$ Canne 13 Palmi 3 Once 6

Minuti 4 Punti $7\frac{121}{157}$

| 1256

Ca. *Pal.* *O.* *M.* *P.*
13, 3, 6, 4, $7\frac{121}{157}$

```
16890
1256
----
4330
3768
----
»562 Canne
   8
----
4496
3768
----
»728 Palmi
  12
----
1456
728
----
8736
7536
----
1200 Once
   5
----
6000
5024
----
»976 Minuti
  10
----
9760 Punti
8792
----
»968
```

ESEMPIO II°

Il costo di una tesa di lavoro importando 36 lire 15 soldi e 6 denari, si domanda quanto di questo lavoro si potrà fare con 1689 lire e 17 soldi? Per quello che abbiam detto di sopra si à $\frac{405564}{240} : \frac{8826}{240} = 405564 : 8826 = 45$ tese, 5 piedi, 8 pollici, e 5 linee, con la frazione $\frac{1045}{1471}$ eccone l' esecuzione

8826	405564
45, 5, 8, 5 $\frac{1045}{1471}$	35304
	»52524
	44130
	»8394 Tese
	6
	50364
	44130
	»6234 Piedi
	12
	12468
	6234
	74808
	70608
	»4200 Pollici
	12
	8400
	4200
	50400 Linee
	44130
	6270

Verificazioni.

Verif. Add. I.° Volendo verificare l'addizione, e la sottrazione delle frazioni, o pure degl'interi uniti alle frazioni, si può l'una verificare per mezzo dell'altra; come si è operato relativamente ai soli interi, p.es. $12\frac{1}{5}$ sarà l'effettiva somma di $6\frac{3}{10} + 5\frac{9}{10}$, se $12\frac{1}{5} - 6\frac{3}{10} = 5\frac{9}{10}$ (1);

Verif. Sottr. II.° $4\frac{5}{6}$ sarà il residuo effettivo di $14\frac{1}{2} - 9\frac{2}{3}$, se addizionati $4\frac{7}{12} + 9\frac{2}{3}$ danno $14\frac{1}{2}$ (2).

Verif. Molt. III.° Per la moltiplica e divisione, anche l'una si verifica per mezzo dell'altra, come dicemmo per gl'interi, p. es. $16\frac{1}{9}$ sarà il prodotto di $3\frac{1}{3} \times 4\frac{5}{6}$, se $16\frac{1}{9} : 4\frac{5}{6} = 3\frac{1}{3}$ (3)

Verif. Div. IV.° Similmente $3\frac{1}{3}$ sarà il quoziente di $16\frac{1}{9} : 4\frac{5}{6}$, se moltiplicando $3\frac{1}{3}$ per $4\frac{5}{6} = 16\frac{1}{9}$ (4).

---

(1) Potendo operare anche così $12\frac{1}{5} - 5\frac{9}{10} = 6\frac{3}{10}$ giusta Teor. I. Prob. V.

(2) Si è preso $9\frac{2}{3}$ perchè è sottraente giusta il Probl. VI Teor. I

(3) Potendosi prendere anche l'altro fattore cioè $16\frac{1}{9} : 3\frac{1}{3} = 4\frac{5}{6}$ giusto Teor. I. Prob. VII.

(4) Qui si debbono prendere sempre i stessi termini, cioè divisore $\times$ quoz. giusto Teor. I. Prob. VIII.

Quadro d'esercizio onde ben comprendere le diverse operazioni degl'interi uniti alle frazioni.

I° $13\frac{1}{2}+4\frac{5}{6}=13\frac{6}{12}+4\frac{10}{12}=18\frac{4}{12}=18\frac{1}{3}$, o pure

$13\frac{1}{2}+4\frac{5}{6}=\frac{27}{2}+\frac{29}{6}=\frac{162}{12}+\frac{58}{12}=\frac{220}{12}=18\frac{1}{3}$;.....

Verificazioni.

$18\frac{4}{12}-4\frac{10}{12}=17\frac{16}{12}-4\frac{10}{12}=13\frac{1}{2}$

II° $8\frac{1}{2}-5\frac{1}{3}=\frac{17}{2}-\frac{16}{3}=\frac{51-32}{6}=\frac{19}{6}=3\frac{1}{6}$;.....

$3\frac{1}{6}+5\frac{1}{3}=\frac{19}{6}+\frac{16}{3}=\frac{57}{18}+\frac{96}{18}=\frac{153}{18}=8\frac{1}{2}$

III° $4\times\frac{1}{2}=\frac{4}{1}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{2}=2$,.....

$2:\frac{1}{2}=\frac{2}{1}\times\frac{2}{1}=\frac{4}{1}=4$, $2:4=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

IV° $12\frac{2}{3}\times7=12\times7+\frac{2}{3}\times7=84+4\frac{2}{3}=88\frac{2}{3}$, o pure

$12\frac{2}{3}\times7=\frac{38}{3}\times\frac{7}{1}=\frac{266}{3}=88\frac{2}{3}$

V° $12\frac{2}{3}\times7\frac{3}{4}=\frac{31}{4}\times\frac{38}{3}=\frac{1178}{12}=98\frac{2}{12}=98\frac{1}{6}$

VI° $9:\frac{2}{3}=\frac{9}{1}\times\frac{3}{2}=\frac{27}{2}=13\frac{1}{2}$;.....

$13\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{27}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{54}{6}=9$

VII° $7\frac{3}{4}:6\frac{4}{5}=\frac{31}{4}:\frac{34}{5}=\frac{31}{4}\times\frac{5}{34}=\frac{155}{136}=1\frac{19}{136}$;.....

$\frac{34}{5}\times1\frac{19}{136}=\frac{34}{5}\times\frac{155}{136}=\frac{5270}{680}=7\frac{510}{680}=7\frac{3}{4}$.

VIII° $4\frac{2}{3}:7=\frac{14}{3}:\frac{7}{1}=\frac{14}{3}\times\frac{1}{7}=\frac{14}{21}=\frac{2}{3}$,.....

$\frac{7}{1}\times\frac{2}{3}=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$.

Corollario B. Ed ecco che relativamente alla moltiplicazione delle frazioni vere, ed espressioni frazionarie, possiamo riflettere.

I.° Il prodotto di due frazioni vere, è minore di ciascun fattore, e perciò questo prende il nome di frazion di frazione, p. es. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{28} < \frac{2}{7}$, e di $\frac{3}{4}$

II.° Il prodotto di una frazione vera per una espressione frazionaria, è maggiore del fattore di frazione vera, p. es. $\frac{5}{7} \times \frac{21}{7} = \frac{105}{49} = 2\frac{1}{7} > \frac{5}{7}$

III.° Il prodotto di due espressioni frazionarie è sempre maggiore di ciascun fattore, p. e. $\frac{16}{3} \times \frac{15}{4} = \frac{240}{12} = 20 > \frac{15}{4}$ ossia $3\frac{3}{4}$, ed anche di $\frac{16}{3}$ ossia $5\frac{1}{3}$.

E relativamente alla divisione di frazioni vere tra loro, ed espressioni frazionarie con vere, ed espressioni frazionarie con espressioni frazionarie, possiam riflettere.

I.° Se ambo i termini son frazioni vere, ma il divisore minore del dividendo, il quoziente è espressione frazionaria, p. es. $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{12}{3} = 4$; al contrario se il divisore è maggiore del dividendo, il quoziente è frazione vera, p. es. $\frac{1}{6} : \frac{2}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

II.° Se il dividendo è frazione vera, ed il divisore espressione frazionaria, il quoziente è frazione vera, p. es. $\frac{2}{3} : \frac{12}{3} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$; ed al contrario se il dividendo è espressione frazionaria, ed il divisore frazione vera, il quoziente è espressione frazionaria, p. e. $\frac{12}{3} : \frac{2}{3} = \frac{36}{6} = 6$.

III.° Se amendue i termini sono espressioni frazionarie, ma il dividendo maggiore del divisore, il quoziente è espressione frazionaria, p. es.

$\frac{12}{3} : \frac{8}{7} = \frac{84}{24} = 3\ \frac{1}{2}$; ed al contrario, cioè essendo i termini espressioni frazionarie, ma il dividendo minore del divisore, il quoziente è frazione vera, p. es.

$\frac{8}{7} : \frac{12}{3} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$

Quinta Teorica

De' Decimali.

1) D. Quali rotti, o frazioni diconsi decimali? (1)
R. Quelle i di cui denominatori sono i numeri 10, 100, 1000, 10000 ec. cioè $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ ec. ec.

2) D. Qual' è il vantaggio delle frazioni decimali?
R. Andando i denominatori delle frazioni decimali crescendo secondo l' ordine de' numeri 10, 100, ec. è manifesto che in queste à luogo l' istessa legge di subordinazione degl' interi; quindi ne viene la grande utilità di poter da interi an-

(1) Ingegnosissima fu la invenzione de' decimali fatta da Simone Stevino (Oeuvres Mat. in f. p. m. 20 6). Fu illustrata una tale scoverta da Tacquet (Arith. pract. lib. I. cap. 9) da Reineau Science du calcul, e da Volfio Elem. Mathescos (edit. 2. Tom. I. Cap. 9.)

dare a frazion decimale, senza veruno interrompimento: ed infatti siccome dieci unità costituiscono una decina, e dieci decine un centinaio, così $\frac{10}{1000}$ formano $\frac{1}{100}$, e $\frac{10}{100}$ costituiscono $\frac{1}{10}$, e $\frac{10}{10}$ un unità ec.

Scolio A. Nelle frazioni decimali se vi sono tanti caratteri nel numeratore quanti zeri nel denominatore, il primo a sinistra denota parti decime dell' unità, il secondo centesime, il terzo millesime, il quarto diecimillesime ec. Infatti sien date le frazioni $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{4}{1000}$, $\frac{7}{10000}$; queste ridotte alla medesima denominazione equivalgono a $\frac{3000}{10000}$, $\frac{500}{10000}$, $\frac{40}{10000}$, $\frac{7}{10000}$, in maniera che la lor somma è uguale a $\frac{3547}{10000}$; e ciò perchè tanto è dire $\frac{3}{10}$, quanto $\frac{3000}{10000}$, ed ecco che il denominatore minore si può benissimo ridurre eguale ad un altro maggiore; p. es. se io dico *sei decimi* di un ducato, cioè carlini 6, è lo stesso che se con altro giro di parole m' esprimessi dicendo *sessanta centesimi*, cioè grana 60. Quindi le frazioni decimali, per ridursi alla stessa denominazione, non si assoggettano al faticoso calcolo delle frazioni ordinarie.

3) D. Come si scrivono generalmente i decimali, e quindi come profferisconsi?

R. Dalla ordinata successione (come di sopra abbiamo osservato) che ànno ne' loro caratteri i decimali, n' è derivato che i medesimi si scri-

vono senza denominatore, ma per distinguerli dagl' interi si tramezzano con una virgoletta, p. es. 470, 3480, dicendosi quattrocento settanta interi, e tremila quattrocento ottanta diecimillesimi; e se non vi sono interi, a questi si supplisce con un zero, p. es. 0,7507, cioè zero interi, e settemila cinquecento sette diecimillesimi. Bisogna però aver sempre in mente che nel leggere i decimali fa uopo supporvi il corrispondente denominatore, il quale composto esser dee di un' unità (che non si scrive), e di tanti zeri, quanti sono i caratteri del decimale medesimo, p. es. $478, \frac{625}{1000}$ si scrive 478, 625; e la frazione $\frac{7564}{10000}$ così 0, 7564. Finalmente dovendosi contrassegnare de' decimali mancanti di qualche parte, p. es. $\frac{23}{1000}$, $\frac{43}{10000}$ ec. allora affin di supplirvi il denominatore senza confusione, bisognerà mettere alla sinistra delle cifre, tanti zeri, quante sono le parti mancanti, p. es. $\frac{23}{1000}$ per esprimersi senza denominatore; sarà errore scrivere così 0,23, perchè allora sarebbe $\frac{23}{100}$; quindi si aggiunga un zero alla sinistra del 23, ed allora si avrà 0, 023 (cioè ventritre millesimi), che indicherà appunto $\frac{23}{1000}$ ec. ec.

Delle quattro operazioni de' Decimali

I°

Addizione.

4) D. Come si esegue l'addizione?

R. I.° Si scrivano i decimali con lo stesso ordine degl'interi, cioè le parti decime in corrispondenza delle decime le centesime alle centesime ect., e se mai vi sono degl' interi, questi si separino con una virgoletta.

II.° Si addizionino in serie verticali come gl'interi, osservando di porre alla somma la virgola, nella medesima colonna ove si trovano tutte quelle de' numeri da sommarsi p. es. 0,00762; 0,609; 0,9487 disposti come segue:

```
  0, 00762
  0, 609
  0, 9487
 ---------
  1, 56532
```

Siano ancora i numeri 75,907; 687,0158; 0,785; i quali contengono anche delle unità intere, si disporranno nel modo seguente

```
 75, 907
687, 0158
  0, 785
 ---------
763, 7078
```

II°

Sottrazione

5) D. Come si esegue la sottrazione?

R. I.° Il minore si soscriva al maggiore con lo stess' ordine detto per l' addizione, ed essendovi interi, si separino con una virgoletta.

II.° Si esegua l' operazione come per la sottrazione degl' interi, sia p. es. 0,07964 da togliersi da 0,863

$$\begin{array}{r} 0,\ 86300 \\ 0,\ 07964 \\ \hline 0,\ 78336 \end{array}$$

sia pure il numero 0,985; da togliersi da 57,0047 essendo l' operazione disposta come quì sotto, si à

$$\begin{array}{r} 57,\ 0047 \\ 0,\ 985 \\ \hline 56,\ 0197 \end{array}$$

Avvert. A. Nelle due precedenti operazioni non vi sono dimostrazioni, dacchè sono le stesse degl' interi.

III°

Moltiplicazione

6) D. Come si moltiplicano i decimali?

R. Ugualmente come gl' interi, ancorchè sieno de-

cimali uniti ad interi, facendo astrazione alle virgole, però si separino dal prodotto, incominciando dalla destra verso la sinistra, tanti caratteri pe' decimali, quanti son quelli di ambedue i fattori, con l'avvertenza che se mai i caratteri del prodotto non saranno sufficienti, vi si supplirà con de' zeri, nella parte sinistra, p. es.

I.°	0,5604	II.°	6,0275
	0,0076		4,96
	33624		361650
	39228		542475
			241100
	0, 00425904		29,896400

Ecco che nella prima di queste moltiplicazioni, i caratteri de' fattori sono otto, e quelli del prodotto sei, quindi vi abbiamo aggiunto i due zeri.

Spiega. I.° $\frac{60275}{10000}$, e $\frac{496}{100}$ è la riduzione degl'interi e decimali ad espressioni frazionarie; ma moltiplicando tali espressioni, come dicemmo nella Teor. IV. D. 6, si à $\frac{29896400}{1000000}$: risoluta tale espressione, avremo $29,\frac{896400}{1000000}$.

II.° Perchè si debbono porre de'zeri avanti ai caratteri del prodotto allorchè i stessi non sono sufficienti, a contenere quelli de' fattori, è chiaro; dacchè moltiplicando 0,5604 per 0,0076, che sono equivalenti a $\frac{5604}{10000}$, e $\frac{76}{10000}$, ed eseguendo la moltiplicazione di tali frazioni si à $\frac{425904}{100000000}$; ma siccome vogliamo scriverle col metodo di sopra esposto (Teor. V. D. 3.),

si à 0,00425904 : ed ecco che moltiplicando i detti numeri come puri interi, e separandone dal prodotto tanti caratteri decimali, quanti son quelli de' due fattori, ben si esegue la moltiplicazione.

IV

Divisione

7) D. Come dividonsi i decimali fra loro, ed uniti agli interi?

R. Sei casi possono avvenire, cioè

I. Il divisore e' l dividendo amendue decimali, ma però il divisore minore del dividendo, in questo caso si riducono i decimali allo stesso numero di cifre, od alla stessa denominazione se non lo sono (Scolio A Teo: 5) indi si esegue l' operazione come ne' puri interi per es. 0,6102 : 0,00014 = $\frac{6102}{10000}$, e $\frac{14}{100000}$; = $\frac{61020}{100000}$, $\frac{14}{100000}$; cioè

14	61020	E 0,92204 : 0,40089 avremo
	56	
4358 $\frac{8}{14}$	—	40089
	»50	— 92204
	42	2 $\frac{12026}{40089}$ 80178
	—	—
	»82	12026
	70	
	—	
	120	
	112	
	—	
	»»8	

ed ecco che in queste divisioni abbiamo avuto interi e

frazioni ordinarie, e queste come diremo quì a poco si ridurranno a decimali; (Dim.9 Teo.5.) potendosi benanche proseguire la divisione, con aggiungere de' zeri al residuo, e piazzare la virgola al quoziente p. es. 0,6102 : 0,00014, si à

```
 | 14          ...
 |------       61020
 4358,57       56
               ----
               »50
                42
               ----
                »82
                 70
                ----
                 120
                 112
                 ----
                 »»800
                   70
                  ----
                   100
                    98
                  ----
                    »2 ec.
```

2.° Amendue i termini decimali, ma il divisore maggiore del dividendo, or si ridurranno i decimali prima alla medesima denominazione se non lo sono (Scolio A Teo. 5) indi si piazzeranno alla dritta del dividendo tanti zeri, finchè questo si rende capace da contenere il divisore, però nel quoziente si metteranno alla sinistra lo stesso numero di zeri messi al dividendo, meno uno, ed è quello che à renduto il divi-

dendo analogo del divisore p. es. 0, 000014: 0, 6421 = $\frac{14}{1000000}$ e $\frac{6421}{10000}$ = $\frac{642100}{1000000}$ e $\frac{14}{1000000}$, cioè

642100		1400000
0,00002	$\frac{115800}{642100}$	1284200
		»115800

3.° Il dividendo d' interi solamente, e 'l divisore di soli decimali, quì benanche si ridurranno al medesimo numero di cifre, e si farà astrazione della virgola, indi si opererà come ne' puri interi p. es. 84 : 0,074 = $\frac{84000}{1000}$ e $\frac{74}{1000}$ cioè

74	... 84000	E se abbiamo 34: 0,7841 = 34000 : 0,7841, cioè
1135 $\frac{10}{74}$	74	
	100	7841 — 340000
	74	43 $\frac{2837}{7841}$ — 31364
	260	»26360
	222	23523
	»380	»2837
	370	
	»10	

Ed essendo al contrario cioè il divisore di soli interi, e 'l dividendo di soli decimali, si opererà come nel caso precedente p. es. 0, 074 : 84 = $\frac{74}{1000}$ e $\frac{84000}{1000}$ cioè

84000	740000
0,0008	672000
	»68000

potendosi proseguire la divisione ec.

4.° Il dividendo d'interi e decimali, e 'l divisore di soli decimali, quì si ridurranno i decimali alla istessa denominazione e fatta astrazione della virgola si opererà come negl'interi; per es.

$4,07 : 0,0981 = 4\frac{7}{100}$ e $\frac{981}{10000} = 4\frac{700}{10000}$ ect: cioè

0,0981	40700
	3924
$41\frac{479}{981}$	»1460
	981
	479

5.° Amendue i termini d'interi e decimali, ma gl'interi del divisore minori di quelli del dividendo; in questo caso si ridurranno prima i decimali allo stesso numero di cifre se non lo sono, ed indi fatta astrazione delle virgole si opererà come gl' interi; per es. 470,072 : 36,94 = 470,072 e 36,940, cioè

36940	470072
	36940
$12\frac{26792}{36940}$	100672
	73880
	26792

E se avremo a dividere 59,37 per 25,0072 = 59,3700; e 25,0072, cioè

250072	593700
	500144
$2\frac{93556}{250072}$	»93556

6.° Finalmente amendue i termini d' interi e decimali, ma gl' interi del divisore, maggiori di quelli del dividendo; in questo caso si ridurranno i decimali se non lo sono alla istessa denominazione, e 'l rimanen-

te si opererà come nel caso 2.°, per es. 14,4197 : 176,003 = 14,4197 e 176,0030 cioè

1760030	14419700
0,08 $\frac{339460}{1760030}$	14080240
	»»339460

Spiega. Analizzando le operazioni che di sopra abbiamo eseguite, osserviamo che le stesse son consistite 1.° Nel ridurre le parti decimali de' numeri dati allo stesso numero di cifre od alla stessa denominazione (Scolio A Teo. 5.) 2.° Togliere la virgola, il che non è altro se non moltiplicare per un medesimo numero tanto il dividendo che 'l divisore; locchè non altera il quoziente; e perciò il quoziente de' numeri dati, è lo stesso di quello de' numeri che ne risultano.

Corollario A. Relativamente alla moltiplicazione de' decimali e d' interi e decimali, vi è da riflettere

I.° Il prodotto che nasce dal moltiplicare un decimale per un decimale, è sempre un decimale p. es. 0,00042 × 0,379 = 0,00015918.

II.° Il prodotto dal moltiplicare un decimale per un intero, può constare, di decimali; e d'interi e decimali p. es. 0,00042 × 64 = 0,02688; 0,79 × 7 = 5, 53.

III.° Il prodotto dal moltiplicare un decimale, per un intero e decimale; può essere di decimali, e d'interi e decimali p. e. 64,00021 × 0,00042 = 0,0268800882; e 0,421 × 4,92 = 2,07132.

IV.° Il prodotto dal moltiplicare interi e decimali, per altri interi e decimali; consta sempre d' interi e decimali p. e. 6,0275 × 4,96 = 29,896400.

Risguardo la divisione dobbiamo riflettere:

I.° Il quoziente che nasce dal dividere un decimale maggiore, per altro minore, consta d' interi, o pure d' interi e decimali p. es. 0,232 : 0,0029 = 80; 0,294 : 0,0043 = 68,37.

II.° Il quoziente d'un decimale minore diviso per un maggiore, è sempre un decimale, p. e. 0,000014 : 0,6421 = 0,00002 $\frac{115800}{642100}$

III.° Il quoziente dal dividere un intero per un decimale; è sempre d' interi, e d' interi e decimali p. e. 135 : 0,0015 = 90000; 84 : 0,074 = 1135,13 ect.

IV.° Il quoziente che nasce dal dividere interi e decimali, per decimali; è d' interi, o pure interi e decimali p. e. 87,16 : 0,4358 = 200; 14,07 : 0,981 = 14,45 ect.

V.° Il quoziente che si ottiene dal dividere interi e decimali, per interi e decimali, ma gl' interi del dividendo maggiori di quelli del divisore; consta d'interi, o pure d'interi e decimali p.e. 14,07 : 12,191 = 1,154 ect.

VI.° Il quoziente che si à dal dividere interi e decimali, per altri interi e decimali, ma gl' interi del divisore maggiori di quelli del dividendo, è sempre di soli decimali p. e: 14,4197 : 176,003 = 0,08 $\frac{339460}{1760030}$

8) D. Come si verificano le operazioni de' decimali?

R. Egualmente come gl' interi, cioè una per mezzo dell'altra.

Trasformazione

Delle Frazioni Ordinarie in Decimali, e delle Decimali in Ordinarie.

9) D. Come si trasforma una frazione ordinaria in decimale ?

R. Bisogna aggiungere a dritta del numeratore tanti zeri, per quanto è il valore del decimale che cercasi, indi dividere il numeratore così alterato, per lo denominatore della frazione data: finalmente separare dal quoziente tante cifre da dritta a sinistra, per quanti sono stati i zeri che, si son posti al numeratore p. e.

I.° $\frac{5}{12}$ volendone il decimale in parti millesime

si à $5000 : 12 = 0,416\frac{8}{12} = 0,416\frac{2}{3}$

Bisogna riflettere che se ci arrestiamo alla prima cifra del quoziente, l'errore o differenza della frazione ordinaria, relativamente alla decimale è minore di $\frac{1}{10}$, alla quinta minore di $\frac{1}{100000}$ ec. ec. fintantochè si rende trascurabile.

Se si vuole esprimere approssimativamente con un minor numero di cifre decimali il valore d'una frazione ordinaria; abbisogna riflettere che se nel decimale che ne risulta si sopprimono delle cifre, e la prima di queste è maggiore di 5, in un tal caso si accresca d'una unità l'ultima cifra della frazione ridotta p. es. $\frac{5}{12}$ volendone due cifre decimali è uguale 0,42, e non a 0,41, perchè 0,41 e minore di 0,416 per $\frac{6}{1000}$, e 0,42

è maggiore di 0,416 per $\frac{4}{1000}$; quindi è molto meglio commettere la differenza di $\frac{4}{1000}$, anzichè di $\frac{6}{1000}$; al contrario essendo la cifra decimale minore di 5, non si altera p. es. 0,3712 volendone esprimere tre caratteri è uguale a 0,371, e non 0,372, perchè 0,371 manca dal suo valore di $\frac{2}{10000}$, e 0,372, eccede il suo valore di $\frac{8}{10000}$; e supprimendo una sol cifra ed essendo questa 5, è indifferente accrescere d'una unità la cifra non soppressa o rimanerla tale, quale si trova p. es. 0,7485, volendo esprimerne tre caratteri solamente, possiamo dire 0,748 e 0,749, dacchè nel primo caso la differenza è di $\frac{5}{10000}$ in difetto, e nel secondo anche di $\frac{5}{10000}$, ma in eccesso.

II.° $\frac{5}{7} = 0{,}714285$ ec. perchè

```
                                  ....
                  |_7_      5000000
                0,71428      49
                             ---
                              10
                               7
                              ---
                              30
                              28
                              ---
                              »20
                               14
                              ---
                              »60
                               56
                              ---
                               »4 ec.
```

III.° $\frac{3}{4} = 0,75$ perchè $\underline{|\ 4}$ 3000

0,75 28

«20

20

»»

IV.° $\frac{1}{8} = 0,125$

V.° $\frac{2}{3} = 0,666$ ec.

VI.° $\frac{3}{7} = 0,428571428571428571$ ect.

VII.° $\frac{7}{22} = 0,3181818$ ec. cioè $\underline{|22}$ 700000

0,31818 ec. 66

»40

22

180

176

»40

22

180

176

»»4

VIII.° $\frac{17}{24} = 0,7083333$ ect.

IX.° $\frac{7}{15} = 0,46666$ ec. $\underline{|\ 15}$ 70000

0,4666 60

100

90

100 ec.

X.° $\frac{11}{14} = 0,785714285714285 7$ etc.

Ed ecco che relativamente alla trasformazione delle frazioni ordinarie in decimali, possiam distinguere il seguente linguaggio; cioè

1.° Dicesi *Frazione finita*, quella che ridotta a decimale, non rimane residuo alcuno, com' è nell' esempio III e IV.

2.° *Infinita* quella che nel ridursi a decimale rimane sempre un residuo, quindi il valore della stessa non viene ad essere esattamente espresso mediante i decimali, ma però con un' approssimazione che può portarsi ad una differenza trascurabile, com' è negli esempi V VI VII VIII IX ect. L' infinita poi può essere *periodica semplice*, allorchè da principio si ripete sempre una o più cifre com' è negli esempi V VI; indove il periodo nell'es. V è di una cifra, e nel VI di sei. *Periodica mista*, se dopo un dato numero di cifre viene una o più cifre con ordine ripetute, com'è negli esempi VII VIII IX X.

Essendosi sopra dimostrato (Teo. 5 dim. 7) che si può in caratteri decimali rinvenir benanche il quoziente d' una divisione, allorchè il divisore è maggiore del dividendo, ben si comprende come si possa nella stessa guisa, trasformare un rotto ordinario qualunque, in decimale; dacchè rilevasi altro non aver noi fatto, se non esprimere in parti decime centesime ec. dell' unità, quel quoziente che la frazione ordinaria esprimeva p.e. in parti quarte (supponendo il rotto $\frac{3}{4}$) della stessa unità; ma per rinvenire questo quoziente espresso in parti decime centesime ec. dell' unità, basta trovare,

siffatto quoziente 10, 100, 1000 ec. volte maggiore, ed indi dare ad esso per denominatore 10, 100, ec.; dunque per trasformare un rotto ordinario in decimale, regolarmente si è operato nel modo sopra esposto.

10) D. Quali frazioni ordinarie si possono esattamente ridurre a decimali?

R. Quelle i di cui denominatori, son divisori esatti d' uno de' denominatori decimali p. e. $\frac{2}{5} = 0,4$; $\frac{3}{4} = 0,75$.

Avvertim. B. Spesse volte avviene, che i residui d'una frazione finita sieno tra loro poco differenti, ed in questo caso il quoziente à delle cifre che vengono ripetute con ordine, ma le stesse non forman periodo p.e.

$\frac{31}{200} = 0,155$ cioè

| 200	31000
0,155	200
	1100
	1000
	»1000
	1000
	««««

11) D. Come si trasforma una frazione decimale finita, in ordinaria?

R. Bisogna scriverla come ordinaria, indi ridurla a minimi termini p. es. 0, 250 $= \frac{250}{1000} = \frac{1}{4}$, 0, 92 $= \frac{23}{25}$; ma se il numeratore è composto

di numeri primi, allora come ben si vede non si potrà ridurre a minimi termini p. es. 0,73 $= \frac{73}{100}$; 0,411 $= \frac{411}{1000}$ e quindi resterà scritta come ordinaria

12) D. E le periodiche semplici?

R. Si prende il periodo per numeratore della frazione che dimandasi, e per denominatore gli si sottopone un numero, composto di tanti 9, per quante son le cifre del periodo p. es. 0,7777 ec. $= \frac{7}{9}$; 0,767676 ec. $= \frac{76}{99}$; 0,666 $= \frac{2}{3}$; 0,428571428571 4 ect. $= \frac{428571}{999999} = \frac{3}{7}$; Infatti 0,7777 avanzando d' un luogo la virgola verso la destra avremo 7,777 ec. il quale è 10 volte maggiore di 0,7777 ec. e sottraendo da 7,777 ec. la frazion periodica 0,7777 ec. avremo per residuo l' intero 7, il quale è 9 volte maggiore della frazione data 0,7777 ec. e se dividiamo siffatto numero 7 per 9 avremo $\frac{7}{9}$; dunque questa è la frazion ordinaria che si richiede.

13) D. E come riduconsi ad ordinarie le frazioni decimali periodiche miste?

R. Si prenda il numero formato dalle cifre che sono comprese fra la prima di esse e l' ultima inclusivamente del primo periodo, e da questo si sottragga il numero formato dalle cifre non periodiche (con darle valor locativo) indi si formi una frazione la quale abbia per numeratore il residuo di tal sottrazione, e per denominatore il numero composto dalla cifra 9 scritta di seguito tante volte, quante ne indica il numero

delle cifre d' un periodo : finalmente alla destra di detto, sieno scritti tanti zeri, quante son le cifre non periodiche della frazione decimale proposta p. es.

1.° $0,72974974974$ ec. $= \frac{72974-72}{99900} = \frac{72902}{99900} = \frac{36451}{49950}$

e questa è $= 0,72974974$ ec. ec.

2.° $0,785714285714285 = \frac{785714285-785}{999999000} = \frac{785715}{999999} = \frac{11}{14}$

Infatti nella frazione del 1.° esempio, passando la virgola alla dritta del primo periodo, la frazione decimale si moltiplica per 100000, e passando la detta virgola poi alla sinistra del detto periodo, la frazion decimale vien multiplicata per 100; e togliendo dalla prima moltiplicazione la seconda, o ciò che vale lo stesso togliendo dal numero 72974 ec. l'altro 72 ec. il residuo vien ad essere 99900 volte più grande della frazione decimale, quindi dell'ordinaria a cui corrisponde , e perciò dividendo il residuo 72902 per 99900 la frazione $\frac{72902}{99900}$ sarà la frazione ordinaria dimandata.

SISTEMA METRICO (1)

Il Governo Francese incaricò alcuni de' suoi primarii matematici, di presentare un nuovo piano di pesi e misure; ma gli prescrisse le due seguenti condizioni, cioè 1.° che si avessero ad evitare le frazioni, 2.° che poggiasse su d'una misura naturale. Gli scienziati che si occuparono per un tal piano, furono i Signori *Borda*, *la Grange*, *la Place*, *Monge e Condorcet*, e lo presentarono nel 1789. Nel 1790 furono nominati Commessarii dello stabilimento delle nuove misure e pesi i Signori *Mechain*, *Delambre*, *Le-Fèvre-Gineau*; indi nel 1799 furono aggiunti a questi scienziati, quali collaboratori, altri dieci; e finalmente invitaron benanche degli altri dotti Matematici di Nazioni straniere.

E siccome la teorica de'decimali si è renduta oggimai comune, non lascia alcun dubbio per la identità della stessa al calcolo de'numeri interi; ed ecco perchè senza veruna esitazione fu prescelta una tal divisione; e per rendere uniforme il sistema si determinò che la base universale fosse la stessa misura lineare.

L'unità fu desunta dalla quarta parte del meridiano (2)

(1) Per ben comprendere il sistema metrico abbisogna premettervi delle cognizioni geometriche, e geografiche.

(2) Per meridiano d'un luogo s'intende un cerchio massimo che passa pe' poli della terra, e pel luogo stesso; ed ecco che infiniti possono essere i meridiani perchè ogni luogo à il suo proprio. Il meridiano taglia la terra in due emisferi, uno detto orientale, e l'altro occidentale, ed è sempre perpendicolare all'orizzonte ed all'equatore.

terrestre, e questa fu divisa in dieci parti uguali, e ciascuna di queste in altre dieci ec. e così di seguito. In tal guisa il quarto del meridiano fu diviso in 10 milioni di parti uguali, ciascuna delle quali risultò di tese 0,513074, o di linee 443,296. Questa diecimilionesima parte fu chiamata *metro*; e venne adottata come unità lineare del nuovo sistema metrico.

Misure

I. Lineari. *Metro* (vocabolo Greco significa misura) sostituito all' *auna* (che corrisponde circa la metà della nostra canna) ed il doppio metro alla *tesa* per le misure itinerarie (cioè di lunghezza). Si è chiamato *Miriametro* la misura di 10000 metri, *Chilometro* di 1000 metri, *Ettometro* di 100 metri, *Decametro* di 10 metri. Il metro poi si divide in dieci parti uguali, e ciascuna di queste denominossi *Decimetro*, la di cui decima parte, essendo la centesima del metro, si è chiamata *Centimetro*; e denominossi *Millimetro* la 1000ma parte del metro. Per la misura da tasca, si è messo in uso $\frac{1}{4}$ del metro che pareggia 25 centimetri.

II. Superficiali. L'unità è l' *Ara* ch' è un quadrato, il di cui lato è di 10 metri, e che perciò contiene 100 metri quadrati. Quindi l' *Ettara* (1) vale 100 are, e si è adottata per la misura de' terreni. L' *ettara* poi si divide in 10 *Decari*, e 'l decaro in 10 *Are*. Similmente l' *ara* dividesi in 10 *Deciare*, ognuna delle quali in 10 *Centiare*, o sia metri quadrati.

(1) *Etto* che significa cento, ed *Ara* Aia. La superficie dell' Ettara corrisponde circa al doppio della misura Francese detta *Arpent*.

III. Di Capacita'. L'unità è il *Litro*, ch'è il cubo di un decimetro. Cento litri compongono l'*Ettolitro* ch'è la misura adottata per gli aridi, e per i fluidi. Dieci ettolitri formano il *Chilolitro*, siccome 10 litri formano il *Decalitro*. Da ciò ne deriva che il chilolitro è lo stesso che un metro cubo.

Il *Litro* diviso in 10 parti dà il *Decilitro*, che contiene 100 centimetri cubici, e questo diviso in dieci parti uguali ciascuna vien detta *Centilitro* che pareggia 100 millimetri cubici ec.

E per adattare queste misure ad altre materie, come le legna da fuoco, il carbone; vi è lo *Stero* (che significa solido) il volume del quale è di un metro cubico.

Pesi

Pel peso i sopra mentovati valenti scienziati mediante accurate e precise operazioni fissarono il *Grammo*, peso d'un centimetro cubico (1) d'acqua distillata, ridotta alla massima densità e pesato nel vuoto (2) desumendolo da quello d'un litro d'acqua, che perciò venne detto *Chilogrammo* (3) (o Chiliogrammo) ch'è l'unità di peso. La sua decima parte si chiamò *Ettogrammo* (e si compone di 100 grammi), la centesima *Decagrammo*, la millesima *Grammo*; ed ecco che il

(1) Cubo solido terminato da sei facce quadrate, ed uguali.

(2) Qui abbisogna che l'istitutore alla meglio spieghi una tale operazione, e l'adatti alla capacità dell'allievo.

(3) In Francese detto *Kilogramme* per non incorrere in difetto di pronunzia, come saggiamente dice il Sig. Delambre *Système Métrique Tom. I pag. 60.*

Decagrammo è = 10 grammi
Ettogrammo » = 100
Chilogrammo » = 1000
Miriagrammo » = 10000, o pure
= 10 Chilogrammi

Il detto grammo poi vien suddiviso in 10 parti uguali denominate ciascuna *Decigrammo*, in 100 parti, detta *Centigrammo*, in 1000 *Milligrammo* ec.

Corollario B. Come ben si rileva, dalle misure lineari si son fatte dipendere quelle di superficie, e da queste due le misure di capacità. Da questa ultima, nascono i nuovi pesi; quindi le parti tutte del sistema reciprocamente si accordano essendo relative ad una istessa unità od origine.

Monete

L' unità monetaria fu tratta dal suddetto sistema metrico, poichè il *franco* d' argento, ch'è l' unità delle monete, pesa 5 grammi, e si divide in centesimi. Tutte le monete sì d' oro che d' argento, contengono $\frac{1}{10}$ di lega e $\frac{9}{10}$ di oro o argento puro.

Dal sopra esposto sistema metrico ben si rileva che cinque sono le sole voci che lo costituiscono, cioè *Metro*, *Ara*, *Litro*, *Stero*, *Grammo*, e per denotare i multiplici si adattano a questi radicali gli aggiuntivi derivati dal Greco, cioè *Deca*, *Etto*, *Chilio* o *chilo*, *Miria*, che equivalgono ai nostri dieci, cento, mille, diecimila ec. e pe' sottomoltiplici, gli aggiuntivi di voce Latina, *deci*, *centi*, *milli* ec. e corrispondono alla decima, cen-

tesima, millesima parte ec. d' una qualunque unità lineare, superficiale e solida. Quindi chiaramente si vede, come dice il preclaro sig. la Place, che questo linguaggio allevia la memoria, e semplifica la dicitura.

Tavola Comparativa

De' nostri principali pesi, misure e monete, relativamente al sistema metrico

Misure

Un miglio di passi 1000, consta di palmi 7000 e contiene metri.....	1851, 85185
Un passo di palmi 7.....	1, 85185
Una canna di palmi 8.....	2, 11640
Un palmo di once 12, contiene parti del metro.....	0, 26455
Un' oncia di minuti 5, contiene parti del metro.....	0, 02205
Un minuto, contiene parti del metro.....	0, 00441
Una lega di 25 a grado, metri.....	4444, 44444
Una lega di 20 al grado, metri.....	5555, 55555
(1) Il moggio della Città di Napoli che consta di passi quadrati 900 contiene metri quadrati.....	3387, 34476

(1) Relativamente al paragone del nostro palmo al metro, ci siam rimessi al calcolo esattissimo del sig. Colonnello D. Ferdinando Visconti, il quale à osservato di non essere del valore di metri 0,26367, o 0,262 come altri ànno creduto.

Pesi

	Chilo:	Gram:	Milligr:
Cantaio da rotola 100, contiene Chilogrammi.....	89	103	41053
La Tonnellata di mare è di circa cantaia 11			
Rotolo da once 33 $\frac{1}{3}$ contiene.....		891	03410
Libbra da once 12, contiene.....		320	77227
L'oncia contiene.....		26	73102

Monete

Argento

	Duca.	Gra.	Fr.	Cent.
Ducato di 100 grana dal 1784 al presente contiene.....	1		4	25
Piastra da grana 120.....	1	20	5	10

Oro

Oncia.....	3		12	99
Quintupla.....	15		64	95
Decupla.....	30		129	90

E perciò il franco di Francia o lira Italiana, tratto dalla nostra moneta d'argento, equivale a grana 23,5294, mentre tratto dalla nostra moneta d'oro, equi-

vale a grana 23,0957. Il medio tra questi due valori darebbe il franco o lira italiana uguale a grana 23,312.

Sembra che del sopra esposto sistema, si sia detto quanto addimandasi per un' opera elementare. Chi poi vorrà istruirsi nelle misure, pesi e monete de' diversi Stati, potrà dirigersi alle opere di Metrologia de' Signori. Pouchet-Rouen, an. V. de la Rep: Paucton Paris 1780. Polimètre de F. G. Eichhoff du Havre. Eleve de l'Acad. du Commerce. Paris 1818. Favaro Metrologia ec.

Crediamo far cosa utile alla gioventù Napolitana, nel presentarle il quì appresso Sistema Metrico della Città di Napoli, (modificato nel solo moggio) unico da potersi usare ne' Reali Dominii al di quà del Faro, estratto da una memoria del dottissimo matematico sig. Colonnello D. Ferdinando Visconti, già Direttore dell' Ufficio Topografico di Napoli, e letta nell' Accademia delle Scienze agli 8 Luglio 1828, e da questa approvato.

Sistema Metrico

della Città di Napoli

Da rendersi comune alla parte de' Reali Dominii posta al di quà del Faro.

Il quadrante del meridiano terrestre si divida in 90 parti uguali, ed ogni parte di questa (ossia grado) si divida in 60 minuti uguali tra loro; ogni minuto così prodotto è il

Miglio, attuale misura itineraria, uguale ad $\frac{1}{5400}$ del quadrante terrestre, e quindi a 1851, 85185185 metri legali di Francia.

Il Passo è la millesima parte del miglio, ed è quello di cui presentemente si fa uso per i lavori Geodesici e Topografici Militari. Questo passo sarà il solo agrario ed itinerario. Quindi il passo è uguale 1, 85185185 metri legali di Francia.

La Catena agrimensoria per la misura dei terreni si comporrà di cinque passi.

Il Palmo attuale, è la settima parte del passo, e si divide in 12 once, l' oncia in 5 minuti, od in 10 linee, e la linea in 10 punti. Perciò il palmo è uguale 264, 55026455 ec. millimetri.

La Canna, misura mercantile lineare, si compone di 8 palmi.

La Pertica, misura architettonica per le fabbriche ec. si compone di 10 palmi, ed è quella usata

dalla Direzione Generale de' Ponti, Strade, Acque e Foreste.

Il Moggio, misura superficiale de' terreni, si comporrà di 1000 passi quadrati, per cui è un rettangolo di 5 per 8 catene, e 1000 moggi equivarranno un miglio quadrato. Il moggio si dividerà in 10 *decime*, la decima in 10 *centesime*, e la centesima in 10 *passi* quadrati. Le altre misure attualmente in uso dovranno abolirsi. Ed ecco che 'l moggio equivale 3429, 3552812 metri quadrati o pure 0,3429355281 2 ettari di Francia.

Il moggio suddetto equivale a 1,0123967 moggi attuali di Napoli, cioè quello supera questo del 1 $\frac{1}{4}$ per $\frac{0}{0}$ con molta approssimazione.

Il Tomolo attuale, misura di capacità per gli aridi, eguaglia tre palmi cubici. Quindi il palmo cubo è uguale a litri 18,51503769, e 'l tomolo a 55,54511307 litri. Questo tomolo si divide in 2 mezzette, o in 4 quarte, od in 24 misure, o pure in 96 quartarole, come attualmente si pratica.

Il Barile, attuale misura di capacità pe' liquidi, meno che per l' olio, eguaglia tre palmi cilindrici; cioè un cilindro retto, la cui base circolare à il diametro di un palmo, e di cui è l' altezza di 3 palmi. Dunque il cilindro è uguale a litri 14, 54167659809, ed il barile uguale a litri 43, 62502979426.

La Caraffa è la 60ma parte del barile, ed è precisamente quella che or si dice caraffa da zecca. Perciò si dovrebbe abolire la caraffa da 66 a barile detta alla minuta. Dunque la caraffa è uguale a litri 0,7270838299.

La Salma, misura attuale da olio in Napoli ed in Gallipoli, eguaglia $\frac{100}{9}$ di palmo cilindrico, o sia 9 salme

equivalgono 100 palmi cilindrici. Quindi la salma è uguale 161,57418442318 litri, eguale a 1,61574184423 18 ettolitri.

Lo Staio, è la 16ma parte della salma, e si divide attualmente in 16 *quarti*, e 'l quarto in 6 *misurelli*; e perciò lo staio eguaglia 10,09838652645 litri di Francia. Uno staio d'olio d'uliva puro e lampante, alla temperatura di 19° 04 *Réaumur*, o a 23° 8 centigrado, od anche a 74° 84 *Farenheit*, pesa rotola 10 $\frac{1}{3}$, e la salma rotola 165 $\frac{1}{3}$: perciò uno staio d'olio pesa chilogrammi 9, 11764707.

La Libbra, attuale misura di peso, è uguale alla 136ma parte del peso d'un barile d'acqua distillata, ridotta alla massima densità, cioè a 3°, 2 *Reaumur*, e pesata nel vuoto. Ed ecco che la libbra eguaglia chilogrammi 0, 3207722779, e l'oncia eguaglia 26, 73102316 grammi. La libbra si divide in 12 *once*, l'oncia in 10 *dramme*, la dramma in 3 *trappesi* o scrupoli, e 'l trappeso in 20 *acini* o grani, cosicchè l'oncia è di 600 acini, e la libbra di 7200.

Per le gemme l'oncia si divide in 130 *carati*, il carato in 4 *grani*, e 'l *grano* in 16 *sedicesimi*, talchè in questo caso l'oncia consta di 520 grani.

Il Rotolo attuale consta di 1000 trappesi o sia di once 33 $\frac{1}{3}$; perciò il rotolo eguaglia chilogrammi 0, 89103410 5333. Quindi un palmo cilindrico d'acqua distillata, e ridotta alla massima densità pesa nel vuoto 12 rotola e 12 libbre, mentre 36 rotola equivalgono 100 libbre.

Il cantaio si compone di 100 rotola.

La canna di legna da fuoco, è un parallelepi-

pedo di 8 palmi di lunghezza per 8 di altezza e per 4 palmi di larghezza, cioè è la metà d' una canna cubica; quindi la canna di legno da fuoco e uguale a *steri* 2, 3699248 o metri cubici.

Sesta Teorica

Delle Potenze e Radici, quadrate e cubiche de' numeri

1) D. Quale dicesi quadrato d' un numero, e quale radice quadrata?

R. Se un dato numero si moltiplica per sè stesso, il prodotto che ne risulta dicesi quadrato di questo numero: esso poi rispetto al quadrato dicesi radice quadrata p: es: $\overline{7}^2 = 49$ ($7 \times 7 = 49$) e $\sqrt{49} = 7$

2) D. Quale dicesi cubo d' un dato numero, e quale radice cubica?

R. Se il quadrato d' un dato numero, si moltiplica per lo stesso numero, il prodotto che ne risulterà rispetto al numero dato si dirà numero cubico ovvero cubo p: es: $\overline{4}^2 = 16$, e $16 \times 4 = \overline{4}^3$ cioè 64; or 64 relativamente a 4 n' è il cubo, ed il 4 rispetto al 64 è radice cubica.

3) D. Che cosa è elevare a quadrato od a cubo un dato numero?

R. 1.° Elevare a quadrato un dato numero è il moltiplicarlo per sè stesso, quindi la seconda potenza è il prodotto di due fattori uguali.

2.° Elevare a cubo, è la moltiplicazione del quadrato d'un numero per lo stesso numero; ed ecco che la terza potenza è il prodotto di tre fattori uguali.

4) D. Ed estrarre da un dato numero, la radice quadrata o cubica?

R. È il trovare una quantità numerica, che moltiplicata una volta per sè stessa, dà il quadrato d'un tal numero, e la stessa quantità moltiplicata pel quadrato dà il cubo.

5) D. I matematici come chiamano la moltiplicazione d'un numero più volte ripetuta?

R. Siccome la moltiplicazione d'un numero si può continuare all'infinito (1) così i matematici con vocabolo generale chiamano questi prodotti *potenze* (ed anche dignità e potestà) p: es: di 2, si dirà quadrato o seconda potenza 4, cubo o terza potenza 8, quarta potenza 16, quinta 32 ec. ec.: ma siccome fino alla potenza terza e radice terza, e non altro si fa uso nell'Aritmetica particolare, dacchè delle altre si tratterà nell'Aritmetica generale od algebra, così in questa teorica terrem parola solamente di seconda e terza potenza, come anche delle radici.

6) D. Da ogni numero si può estrarre esattamente la radice quadrata o cuba?

R. Nò, perchè non tutt'i numeri sono veri quadrati o cubi p. es. di 3 e 4; i quadrati sono 9 e 16, e le radici di questi, 3, e 4; ma si scelga

(1) E ciò vien trattato nell' Aritmetica Universale — Teorica delle Potenze ec.

un numero tra 9 e 16 e sia 14, e ben, di questo la radice quadrata è approssimativa, dacchè è 3 perchè non èvvi numero che multiplicato per sè stesso, dia 14; *quindi allorchè un dato numero non è quadrato perfetto, avrà la radice prossima, la quale sarà quella del massimo quadrato che si potrà contenere in detto numero.*

Avvertim. A. Potendosi d' un numero qualunque rinvenirne il suo quadrato o cubo, pur tuttavia per estrarne la radice quadrata o cuba, si va soggetto ad un' operazione bastantemente complicata, la quale non si può intendere, se prima non si conosca da quali e quante parti, sian composti, il quadrato ed il cubo, e quale la disposizione delle medesime; quindi per ben riuscire nell' operare, conviene mandare a memoria i quadrati e cubi de'numeri semplici, registrati nella seguente tavola

Tavola A.

Radici	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Teorema A.

Se un numero si concepisce diviso in due parti qualunque, sarà il quadrato dell' intero numero, eguale ai quadrati di tali parti, più col prodotto del doppio di una di esse parti, moltiplicata per l' altra.

Dimostr. Sia p: e: 9 diviso in due parti, cioè 5 e 4; or il quadrato di 9 è lo stesso che 9×4 e 9×5 stanteche 5 e 4 fanno 9; ma 9×4 equivale a $4\times4+4\times5$, formandosi eflettivamente il 9 dall' unione di 5 e 4, ed inoltre 5×9 equivale a $5\times5+5\times4$, quindi ben si vede che 'l quadrato di 9, equivale a 4×4, *cioè al quadrato della parte 4*, a 5×5, cioè *al quadrato della parte 5*, e finalmente a due volte 5×4 (o pure due volte 4×5) *cioè al doppio d' una delle parti moltiplicata per l' altra*: la (1) formola è, $\overline{6}^2 = \overline{2}^2 + \overline{4}^2 + 4 \times 2$.

7) D. Nel rinvenire il quadrato d'un dato numero composto, se vi saranno de' zeri all'ultimo, si potrà abbreviare l' operazione?

R. Certamente, e bisogna innalzare a quadrato solamente la cifra significativa, e poi unirvi il doppio de'zeri, e questo per ciò che dicemmo Teorica.

I.° *Avvertim B.* p. es. $\overline{300}^2 = 90000$, e benanche $\overline{370}^2 = \overline{300}^2 + \overline{70}^2 + 70 + 70 \times 300$, unendoli in una somma si à

$$\begin{array}{r} 90000 \\ 4900 \\ 42000 \\ \hline 136900 \end{array}$$

(1) Per formola s' intende presso i matematici il risultamento d' un calcolo, sopra di un dato soggetto.

8) D. Se nel dividere un dato numero in due parti qualunque allorchè se ne vuole il quadrato, avendo una di siffatte parti de' zeri alla dritta, cosa si deve fare per abbreviare l' operazione?

R. Non si terrà conto de' zeri, ma bisogna però prender tanti luoghi dippiù alla dritta, per quanti sono stati i zeri tolti; *la formola è la seguente* p. es. 971 diviso in 900 e 71, si à $\overline{971}^2 = \overline{9}^2 + 71 + 71 \times 9 + \overline{71}^2$ e si à 81

$$\begin{array}{r} 1278 \\ 5041 \\ \hline 942841 \end{array}$$

Bisogna però avvertire che, se mai non vi fossero tante cifre scritte, onde prendere due tre ec. luoghi alla dritta, allora i zeri bisogna supplirvi p. es. $\overline{10027}^2 = \overline{1}^2 + 27 + 27 \times 1 + \overline{27}^2$ cioè

$$\begin{array}{r} 100 \\ 540 \\ 729 \\ \hline 100540729 \end{array}$$

Problema A.

Formare con metodo facile, il quadrato di qualsivoglia numero composto, ed esaminarne la disposizione delle parti componenti.

Soluzio: Dato il numero composto, si otterrà il quadrato corrispondente, con unire in una somma

I.° Il quadrato del primo numero

II.° Il doppio del primo numero moltiplicato pel secondo numero

III.° Il quadrato del secondo numero

IV.° Il doppio delle due prime cifre (con darle valor locativo) moltiplicate pel terzo numero

V.° Il quadrato del terzo numero , e così di seguito : però scrivere questi prodotti verticalmente l'un sotto dell'altro, come qui appresso si vede, cioè che il secondo superi il primo d'un luogo a dritta, ed il terzo il secondo d' un altro luogo , e così di seguito; p. es. $\overline{946}^2 = 894926$, cioè

```
81
 72
  16
 1128
    36
------
894916
```

Dimost. Questo operare da sè è chiaro, perchè del numero 946 diviso in due parti p. es. 940 e 6 perciò che abbiam detto Teo. 6 di. 8, cioè togliere i zeri ec. si può operare come se fussero 94 e 6; ma il quadrato di 94 si à con unire in una somma il quadrato di 9 = 81 col doppio di 9 cioè 18 × 4, e col quadrato di 4 , or se a questo si aggiunge 1128 prodotto del doppio di 94 (cioè 188) × 6 = 1128 e 36 quadrato di 6 , e piazzati come sopra si è detto, si otterrà il quadrato del numero dato. Se si cerca il quadrato di 48772 per ciò che abbiamo esposto, si à

```
16
 64
  64
  672
    49
   6818
      49
    19508
         4
----------
2378707984
```

Il quadrato di 9701 = 94109401; cioè

```
81
126
  49
    0
     0
   1940
       1
--------
94109401
```

Coroll. A. Se dal quadrato di 2854 ne divideremo con virgola le cifre a due a due da dritta a sinistra, cioè 8,14,53,16 nulla facendo se l'ultima casella ne contiene una cifra, ne ricaveremo.

I.° *Essere tante le dette caselle, quant' i caratteri componenti la radice*, e perciò presentandoci il quadrato d' un numero, si può subito conoscere di quanti caratteri è composta la radice.

II.° Si può conoscere ancora che ne' caratteri dell' ultima casella a sinistra, ed in quelli che sono a destra di tutte le altre, una co' rispettivi residui che a loro appartengono, i quali caratteri nel caso presente sono 8, 4, 3, 6; *dico che in essi sien contenuti i quadrati particolari di ciascun carattere della radice*, cioè del 2, 8, 5 e 4, e che ne' rimanenti caratteri a sinistra delle dette caselle cioè 1, 5, 1 unitamente coi rispettivi residui loro appartenenti, ritrovansi i doppi prodotti di 2 per 8, di 28 per 5 e di 284 per 4. Che effettivamente quest' è la disposizione delle parti componenti il quadrato, si renderà chiaro se con l'ordine già esposto le andremo togliendo, il detto quadrato svanirà del tutto; per es. del quadrato di 2854 cioè 8, 14, 53, 16

se dall' ultimo carattere a sinistra, cioè 8 se ne sottrarrà 4 quadrato di 2, si avrà per residuo 4 che col carattere seguente 1 (dandogli valor locativo) fa 41, dal quale togliendosi 32 prodotto del doppio di 2×8 rimarrà 9 che col carattere successivo 4 fa 94, or da questo si tolga 64 quadrato di 8 ed aggiunto al residuo 30 il carattere posteriore 5 fa 305, e da questo sottrattone 280 prodotto del doppio di 28×5; ciò fatto si aggiunga al residuo 25 il carattere seguente 3 che con esso fa 253 da cui sottratto il quadrato di 5 ch'è 25 s'unisca al residuo 228 il seguente carattere 1, e dal loro aggregato 2281 toltone il doppio del prodotto di 285 per 4, vale a dire 2280, si noti l'avanzo 1, al quale se si unisca il rimanente carattere 6, e dal risultante numero 16 si toglierà il quadrato di 4 ch'è anche 16; ed ecco ch'è svanito il detto quadrato 8145316 senza residuo alcuno.

9) D. Come si à il quadrato d'una frazione ordinaria?
R. Con rinvenire il quadrato sì del numeratore che del denominatore; per es. $\frac{3}{4}$ innalzato a quadrato è uguale $\frac{9}{16}$; $\frac{5}{6} = \frac{25}{36}$ ec. ec.

10) D. Come si à il quadrato d'una frazione ordinaria unita ad intero?
R. 1.° Bisogna ridurre l'intero e frazione, tutto a frazione (Teo. 4 di 2).
2.° Formare il quadrato sì del numeratore che del denominatore per es. $8\frac{2}{3} = \frac{26}{3} = \frac{676}{9} = 75\frac{1}{9}$; o pure operare come dicemmo Teorica 4. dim. 6.

11) D. Come bisogna operare per innalzare a quadrato

una frazione decimale, ovvero un intero unito ad una frazion decimale?

R. Ugualmente come gl' interi, però bisogna separare dal prodotto tante cifre da dritta a sinistra, quant' è il doppio de' zeri del corrispondente denominatore; per es. $0,\overline{43}^2 = 0,1849$; $0,\overline{15}^2 = 0,0225$; $\overline{14,003}^2 = 196,084009$ ec. ec.

Corollario B. Il quadrato d' una frazione è tanto di questa minore, quanto il grado della potenza dimandata è maggiore; e quanto il denominatore della frazione è maggiore del suo numeratore.

Estrazione della radice quadrata.

12) D. Come si estrae *da un numero intero composto* la radice quadrata?

R. I.° Si divida il dato numero composto, in binarii incominciando dalla dritta alla sinistra.

II.° Dall' ultimo binario o carattere a sinistra, si estragga la radice quadrata esatta o prossima, e questa sarà il primo carattere della radice.

III.° Di questa radice, se ne rinviene il quadrato, e questo si sottrae dal primo binario.

IV.° Si cali a lato del residuo, il secondo binario, ma se ne separa con virgoletta la prima cifra a dritta.

V.° Si dividono le cifre abbassate meno quella separata, pel doppio del carattere della radice rinvenuta; il quoziente sarà l' altro carattere della radice dimandata.

VI.° Questo quoziente si scrive, sì a dritta che sotto al doppio della prima radice, e si mol-

tiplicano, ed il prodotto si sottrae dal residuo più l'intero secondo binario.

VII.° Si cali l'altro binario, e se ne separa con virgoletta l'ultima cifra a dritta, indi si dividano le cifre abbassate meno quella separata, pel doppio de' caratteri della radice già rinvenuti, il quoziente esprimerà l'altro carattere della radice; finalmente si scrive a dritta e sotto del doppio de' due primi caratteri della radice l'altro carattere rinvenuto, e si moltiplichino, ed il prodotto si sottragga dall' intere cifre, e così di seguito ec. per es.

	$\sqrt{5,61,69} = 237$
	4 — —
4	16,1
3	12 9
43	»326,9
3	
129	
46	326,9
7	326 9
467	»»»»
7	
3269	

Dimos. Da ciò che di sopra abbiam detto (di: 7, 8,) il primo carattere del numero 56169, cioè il 5 se n'è trovata la sua radice; contenendosi poi nel carattere seguente 6 unito al residuo che l'appartiene, cioè nel 16 il prodotto del doppio di 2 per 3, è chiaro che

essendo dato il 16 ed uno de' fattori che è 2, non si troverà l' altro se non con dividere il mentovato prodotto pel doppio di 2 cioè 4; nel terzo carattere del dato numero (56169) cioè 1 insieme col residuo precedente ritrovasi il quadrato del secondo termine 3 della radice ora ritrovato, perciò scrivendo a destra del divisore 4, il 3, e moltiplicando 43 per 3, si avrà nel prodotto 129 sì il quadrato del 3 che 'l prodotto del doppio di 2 per 3, e sottraendo da 129 161 si troverà l' eccesso di questo sulle prefate due quantità ch'è 32. Finalmente ben si comprende che aggiungendo ad un tal residuo l'altra casella (o binario 69), e seguitando ad operare come di sopra, si rinverrà la dimandata radice, la quale in questo caso è riuscita esatta. Eccone degli esempi

$$\sqrt{7843210} = 2800$$

	$\sqrt{14,57,01} = 381$
	9
68	55,7
8	54 4
544	»130,1
761	130,1
1	76 1
761	54 0

13) D. Come si estrae da una frazione ordinaria la radice quadrata?

R. Due casi si debbono quì distinguere, cioè

I.° Allorchè ambo i termini della frazione son quadrati, ed in un tal caso si estrarrà la radice quadrata sì dal numeratore che dal denominatore, da' risultanti termini rispettivamente, se ne formerà un' altra frazione, e sarà la dimandata p. es. $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$; $\sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{8}{9}$ ec.; ed essendo quadrato perfetto il solo denominatore, si estrarrà la radice prossima dal numeratore e la esatta dal denominatore, p. es. $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; $\sqrt{\frac{3}{25}} = \frac{1}{5}$ ec.

II.° Se il denominatore od ambo i termini non sono quadrati perfetti, in questo caso si moltiplica il numeratore pel cubo del denominatore, e'l prodotto sarà il numeratore d' un altra frazione con sottoporvi il prodotto del cubo del denominatore della frazione proposta moltiplicato per lo stesso denominatore, or da questa frazione così alterata si estragga sì dal numeratore che dal denominatore la radice quadrata, la quale sarà esatta pel solo denominatore, e prossima pel numeratore; e questa radice disterà dalla vera, per una differenza trascurabile p.es. $\sqrt{\frac{5}{6}} = \sqrt{\left(\frac{5 \times \overline{6}^{3}}{6 \times \overline{6}^{3}}\right)} = \sqrt{\frac{1080}{1296}} = \frac{8}{9}$

$\sqrt{\frac{6}{25}} = \sqrt{\left(\frac{6 \times \overline{25}^{3}}{25 \times \overline{25}^{3}}\right)} = \sqrt{\frac{93750}{390625}} = \frac{306}{625}$; Il modo col quale abbiamo operato non altera la frazione,

perchè si viene a multiplicare ambo i termini per uno stesso numero (Teo. 3 di. 9)

14) D. Come si estrae la radice quadrata da un intero unito a frazione?

R. Si riduce l'intero e frazione ad espressione frazionaria, (Teo. 4 di. 2) indi si opera come abbiam detto nella dimanda precedente; p. es.

$$\sqrt{5\tfrac{4}{9}} = \sqrt{\tfrac{49}{9}} = \tfrac{7}{3} = 2\tfrac{1}{3};$$

Corollario. *C.* Le radici delle frazioni vere saranno sempre maggiori delle potenze, e le sorpasseranno di tanto, per quanto più alto è il loro grado, ed anche per quanto il denominatore eccede il suo numeratore, ciò è chiaro dacchè la radice è un fattore che multiplicato per sè stesso produce una potenza.

Avvertim. B. Se si vuole estrarre da 2 o 3 la radice quadrata prossima, bisogna rendere questi numeri espressioni frazionarie, con dargli un denominatore, il quale sia quadrato perfetto p. es. $\sqrt{2} = \sqrt{\tfrac{50}{25}} = \tfrac{7}{5} = 1\tfrac{2}{5}$ valore che differisce dal vero meno d'un quinto, o pure

$$2 = \sqrt{\tfrac{10}{5}} = \sqrt{\left(\frac{10 \times \overline{5}^{3}}{5 \times \overline{5}^{3}}\right)} = \sqrt{\tfrac{1250}{625}} = \tfrac{35}{25} = 1\tfrac{10}{25} = 1\tfrac{2}{5}$$

15) D. Come si estrae la radice quadrata dalla frazion decimale, o pure dagli interi uniti ai decimali?

R. Essendosi dimostrato nella Teo. 5 che i decimali procedono con l'istessa legge degl'interi, perciò si estrarrà da essi la radice col medesimo metodo degli stessi interi, ma però abbisogna dire, che, *nel dividerli in caselle* o *binarii*, *andar si dee da sinistra a dritta*, *e se mai l'ulti-*

ma casella rimarrà d' un sol carattere, *si compirà il binario con uno zero*, e ciò chiaramente si comprende dalla natura di tali frazioni: l'aggiunzione dello zero però è inutile, qualora si à l'avvertenza di rendere il numero delle cifre decimali pari, e questo vale ancora quando i decimali son preceduti dagl' interi; *ma gl' interi si debbono dividere in binarii da dritta a sinistra*, indi si procederà egualmente come dicemmo pei puri interi (Teo. 6 di. 12); finalmente si separeranno da dritta alla sinistra dalla radice, tanti caratteri pe' decimali, quante sono state le caselle (o binarii) de'medesimi decimali; eccone degli esempi.

$$\sqrt{0,\ 00,00,38,44} = 0,\ 0062$$

	36
122	»2 4,4
2	2 4 4
244	« ««

$$\sqrt{0,\ 00,00,50,97,96} = 0,\ 00714$$

	49
141	«19,7
1	14 1
141	«569,6
1424	569 6
4	««««
5696	

$$\sqrt{437,0072} = 20,90 = 20,9$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2,00000000000000} = 1,14142136$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{3,000} \text{ ec.} = 1,7320508$$

Avvertim. C. Essendosi osservato che i zeri posti alla dritta delle frazioni decimali non ne alterano il valore, ben si comprende che con questo mezzo si può la radice prossima di una frazion decimale maggiormente portarsi alla vera, *badando però di aggiungere per ogni ulterior carattere che si vuole nella radice, una coppia o binario di zeri nella data frazione.* Con aggiungere nell' istessa maniera de' zeri ai numeri interi, e portare avanti l' operazione si possono anche le radici non esatte di questi, approssimarle alle vere. Si debba rinvenire la radice prossima di 758 e maggiormente portarla alla vera.

	$\sqrt{7,57,00,00,00}$	$=27,531$
	4	
47	35,8	
7	32 9	
329	»2 90,0	
545	290,0	
5	272 5	
2725	»17 50,0	
5503	1750,0	
3	1650 9	
16509	»»9910,0	
55061	9910,0	
1	5506 1	
55061	4403 9	

E volendo la radice quadrata prossima della frazion decimale 0, 526, con differenza trascurabile dalla vera si à $\sqrt{0,526} = 0,7252$

Avvertim. D. Allorchè si deve estrarre da una frazione ordinaria la radice quadrata prossima, e si vuole d'una differenza trascurabile, il miglior operare si è di ridurre questa a decimale, con un gran numero di cifre; indi estrarne la radice, potendosi benanche questa riprodurre in ordinaria p. es. $\sqrt{\frac{5}{6}} = \sqrt{0,833333} = 0,912 = \frac{114}{125}$; $\sqrt{\frac{3}{7}} = \sqrt{0,428571} = 0,654 = \frac{327}{500}$

Teorema B.

Se un numero si divide in due parti qualunque, sarà il cubo di esso, eguale ai cubi di tali parti, insieme col triplo quadrato della prima moltiplicato per la seconda, e col triplo quadrato della seconda moltiplicato per la prima.

Dimos. Si prenda qualsivoglia numero p. es. 6 diviso nelle parti 4 e 2; il cubo di 6 cioè $\overline{6}^2 \times 6$ pareggia $\overline{6}^2 \times 4 + \overline{6}^2 \times 2$; ma il quadrato di 6 nel Teorema A è uguale ai quadrati di 4 e 2 ed al doppio del prodotto di 4 per 2, per la qual cosa il cubo di 6 è uguale eziandio a queste medesime quantità moltiplicate per 4 e per 2, e per conseguenza uguale al quadrato di 4 moltiplicato per 4, al quadrato di 2 multiplicato per 4 ossia ai cubi di 4 e 2, unitamente col triplo del quadrato di 4 moltiplicato per 2, e col triplo quadrato di 2 moltiplicato per 4; ed ecco che'l cubo d'un numero ec.ec.

La formola è $\overset{\cdots 3}{6} = \overset{\cdots 3}{2} + \overset{\cdots 3}{4} + 3, \overset{\cdots 2}{2} \times 4 + 3, \overset{\cdots 2}{4} \times 2$

18) D. Nel rinvenire il cubo d' un dato numero composto, se vi saranno de' zeri alla dritta, si può abbreviar l' operazione ?

R. Certamente, e bisogna innalzare a cubo solamente la cifra, o cifre significative, ed indi piazzare alla dritta del prodotto il triplo de' zeri del numero dato p. es. $\overset{\cdots\cdots 3}{7000} = 343000000000$; $\overset{\cdots\cdots 3}{7400} = 405224000000$ ec.

19) D. Se nel dividere un dato numero in due parti qualunque, ed una delle parti abbia dei zeri all' ultimo, cosa si deve fare per abbreviar l'operazione volendosene il cubo ?

R. Ugualmente ciò che dicemmo pel quadrato Teorica 6 dim. 8, cioè prender tanti luoghi dippiù alla dritta, per quanti sono stati i zeri tolti ; la formola è la seguente p. es. $\overset{\cdots\cdots 3}{327}$ diviso nelle parti 300 e 27 si à $\overset{\cdots\cdots 3}{327} = \overset{\cdots 3}{3} + 3, \overset{\cdots 2}{3} \times 27 + 3, \overset{\cdots 2}{27} \times 3 + \overset{\cdots 3}{27}$, cioè

$$\begin{array}{r} 27 \\ 729 \\ 6561 \\ 19683 \\ \hline 34965783 \end{array}$$

Problema 23.

Formare con facile metodo, il cubo di qualsivoglia numero composto, ed esaminarne la disposizione delle sue parti.

Soluzione. Dato il numero composto, si otterrà il suo cubo, con unire in una somma

I.° Il cubo del primo numero

II.° Il triplo del quadrato del primo numero, moltiplicato per lo secondo

III.° Il triplo del quadrato del secondo numero, moltiplicato pel primo

IV.° Il cubo del secondo numero

V.° Il triplo del quadrato de' due primi numeri, moltiplicato pel terzo

VI.° Il triplo del quadrato del terzo numero moltiplicato per i due primi

VII.° Il cubo del terzo numero ec. ec. e così successivamente, scritti però che ognuno di tali prodotti parziali, superi l'altro d'un luogo a dritta. Così il cubo di 473 =

I..64
II..336
III...588
IV.....343
V...19881
VI.....1269
VII.....27

105823817

Dimostr. Quantunque del numero 473 diviso in due parti qualunque, e sieno p. es. 470 e 3, nulla di meno per quello che si è detto nella dim. 18 si può supporre come se fossero 47 e 3; ma il cubo di 47 si ottiene con unire in una somma il cubo di 4, il triplo del quadrato di 4 moltiplicato per 7, il triplo del quadrato di 7 moltiplicato per 4, ed il cubo di 7; perciò se a queste quantità si aggiungeranno il triplo del quadrato di 47 per 3, il triplo del quadrato di 3 per 47 ed il cubo di 3, e si scriveranno in modo che ognuno superi l'altro prodotto precedente d'un luogo a dritta, e con l'ordine sopra descritto, avrassi il cubo del dato numero.

Corollario D. Da quanto fin quì si è detto ben si comprende il comodo e la facilità di elevare a cubo qualunque numero composto, e più considerarne la disposizione delle parti p. es. s' abbia ad elevare a cubo il numero 4787; or scrivendo con l'ordine già esposto (Prob. B) ed indi unendo in una somma

I.° 64 cubo di 4.

II.° 336 triplo del quadrato di 4 moltiplicato per 7.

III.° 588 triplo del quadrato di 7 moltiplicato per 4.

IV.° 343 cubo di 7

V.° 53016 triplo del quadrato di 47 moltiplicato per 8.

VI.° 9024 triplo del quadrato di 8 moltiplicato per 47.

VII.° 512 cubo di 8.

VIII.° 4798164 triplo del quadrato di 478 moltiplicato per 7.

IX.° 70266 triplo del quadrato di 7 moltiplicato per 478.

X.° Finalmente 343 cubo di 7, come quì appresso.

1.....64
2.....336
3.....588
4.....343
5.....53016
6.....9024
7.....512
8.....4798164
9.....70266
10.....343

10969587 1403

$236^3 = 13144356$

Corollario E. Ciò fatto se divideremo con delle virgolette tutt'i caratteri del cubo di 236, andando da dritta a sinistra in caselle, che ognuna ne contenga tre cifre, ad eccezione dell'ultima a sinistra che ne può contenere un minor numero, se ne ricaverà.

I.° *Essere tanti i caratteri della radice cubica d'un dato numero, quante sono le anzidette caselle del medesimo*; sicchè dato un numero composto, si può con questo mezzo determinare qual sia il numero de' caratteri della sua radice cubica.

II.° Si può conoscere la giusta disposizione delle sue parti, la quale riducesi a ciò che ne'caratteri dell' ultima casella a sinistra, ed in quelli che sono alla dritta di tutte le altre, una con i rispettivi residui che loro appartengono, i quali nel presente esempio sono

13, 4, 6, in essi dico, *son contenuti i cubi particolari di ciascun carattere* della radice, *cioè del 2, del 3, e del 6*; dippiù che ne'caratteri i quali ritrovansi alla sinistra delle medesime caselle esclusone l'ultima, che sono 1, e 3 insieme con i rispettivi residui loro appartenenti, si contengono *i tripli quadrati del 2 moltiplicato per 3, e del 23 moltiplicato per 6.*

III.° Finalmente che ne' rimanenti caratteri esistenti nel mezzo delle dette caselle, cioè 4 e 5 anche uniti ai corrispondenti residui, contengonsi *i tripli quadrati di 3 moltiplicato per 2, e di 6 moltiplicato per 23* p. es. del cubo di 236 cioè 13144356 se dal 13 si toglie il cubo di 2 che è 8, vi sarà la differenza 5 che col seguente carattere fa 51, dal quale sottraendone il triplo quadrato di 2 moltiplicato per 3 ch'è 36, rimarrà 15 che col carattere seguente 4 fa 154, e da questo togliendone 54 triplo del quadrato di 3, per 2 avanzerà 100 che col seguente carattere 4 fa 1004; inoltre se da 1004 si sottrarrà 27 cubo di 3 rimarrà 977 che col carattere seguente 2 fa 9772 da cui togliendone 9522 triplo del quadrato di 23 per 6, rimarrà 250 che col carattere seguente 5 fa 2505, dal quale sottraendone 2484 triplo del quadrato di 6 per 23 avanzerà 21 che col rimanente carattere 6 fa 216 da cui toltone il cubo di 6 ch'è eziandio 216 si vedrà interamente svanito il detto cubo senza residuo alcuno.

18) D. Come s'innalzano a cubo le frazioni ordinarie?

R. Con formare sì del numeratore che del denominatore i cubi rispettivi, p. es. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$; $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$; $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{125}{343}$ ec. ec.

19) D. Come s' innalzano a cubo le frazioni ordinarie unite agli interi ?

R. I.° Bisogna ridurre l' intero e frazione, tutto a frazione (Teo. 4 di. 2)

II.° Formare il cubo sì del numeratore che del denominatore p. es. $\left(3\ \frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{11}{3}\right)^3 = \frac{1331}{27}$ $= 49\ \frac{8}{27}$

20) D. Come s'innalza a cubo la frazione decimale, ed anco unita agl' interi ?

R. In questo caso se n' eseguirà l'operazione nell' istessissima maniera de' puri interi, separando però dal cubo già formato, da dritta, tanti caratteri pe' decimali, quanti son quelli della radice presi tre volte, e se i caratteri del cubo non saranno sufficienti, si supplirà con dei zeri posti a sinistra de' ritrovati caratteri p.es. $(2,3)^3 =$ 12, 167 ; $(0,23)^3 =$ 0, 012167 etc. etc.

Estrazione della radice cubica.

21) D. Come si estrae da un intero la radice cubica ?

R. I.° Si divida il dato numero in ternarii incominciando dalla dritta alla sinistra, e dall' ultima casella o ternario che può constare la stessa anche d' un numero minore di cifre, si estragga la sua radice cubica esatta od approssimativa, e questa sarà il primo carattere della radice, indi la medesima si elevi a cubo, e si sottrae dalla prima casella, e si noti il residuo.

II.° Si abbassi vicino al residuo il secondo ternario, e si separano mediante d' una virgoletta le due prime cifre a dritta, indi si prenda il triplo del quadrato del primo carattere della radice, e questo passi per divisore delle dette cifre meno quelle separate, il quoziente sarà il secondo carattere della radice.

III.° Si faccia il triplo quadrato del primo carattere della radice, e si moltiplichi pel secondo; il triplo quadrato del secondo, e si moltiplichi pel primo; ed il cubo del secondo carattere; ma scritti in modo che ognuno de' prodotti particolari superi l' altro d'un luogo a dritta, ed il loro prodotto totale si sottrae dalle intere cifre.

IV.° Si cali vicino a questo residuo l' altro ternario e si separino come sopra le due prime cifre, indi si prenda il triplo quadrato de' due caratteri della ritrovata radice, e questo va ad essere il divisore delle dette cifre meno quelle separate, ed il quoziente esprimerà il terzo carattere della radice.

V.° Si scrivono sotto del divisore con l'ordine detto di sopra, il triplo delle due prime cifre della radice moltiplicate pel terzo carattere della stessa, ed il quadrato del terzo carattere, e la loro somma si moltiplichi pel terzo carattere della stessa radice. O pure si faccia il triplo quadrato de' due primi caratteri della radice e si moltiplicano pel terzo, ed il triplo quadrato del terzo e si moltiplica per le due prime cifre, ed il cubo del terzo carattere, scritti che ognun di questi prodotti parziali, superi l'altro d'un luo-

go a dritta e così di seguito p. es. da 13312053

$$\sqrt[3]{13,312,053} = 237$$

12	8
36	53,12
54	41 67
27	11450, 53
4167	
(1) 1587	11450,53
	11450 53
11109	«««« ««
3381	
343	
1145053	

Dimost. Per quel che si è detto dim. 18 e 19, ben si comprende che nel 13 cioè la prima casella a sinistra del numero 13312053 il primo carattere della sua radice cubica non si troverà, se non con estrarre dal prefato 13 la sua prossima radice cubica: inoltre contenendosi nel carattere seguente 3 della seconda casella unitamente col residuo che l'appartiene, cioè nel 53 il triplo del quadrato di 2 moltiplicato per 3, è chiaro che non si potrà ritrovare il secondo carattere 3 (ignoto per ora) che è un de' fattori, se non dividen-

(1) O pure 1587
23 × 3 × 7.....483
7 × 7.....49

163579 × 7 = 1145053

do il mentovato prodotto 53 per l' altro fattore noto, cioè pel triplo quadrato di 2; più perchè negli altri successivi caratteri dell'anzidetta seconda casella (o ternario) 1 e 2 insieme con i residui loro spettanti contengonsi nel primo il triplo quadrato di 3 moltiplicato per 2, e nel secondo il cubo di 3, e perchè scrivendo poi sotto del divisore 12 (potendosi come di sopra si è esposto anche differentemente eseguire) il triplo prodotto di 3 per 2 ed il quadrato di 3, in modo che ognuno di questi parziali prodotti superi l' altro d' un luogo a dritta, e moltiplicandone poi la somma per l'ultimo ritrovato carattere 3 si à il prodotto 4167 che contiene l' aggregato del triplo quadrato di 2 per 3, del triplo quadrato di 3 per 2 e del cubo di 3, indi sottraendo da 5312, 4167 si à l' eccesso di questo sulle mentovate tre quantità che è 1145, perciò ben si rende manifesto che calando a dritta d' un tal residuo la seguente casella e proseguendo come di sopra, si rinverrà la dimandata radice cubica

Si debba ritrovare la radice cubica del numero 40004898

$$\sqrt[3]{40,004,898} = 342$$

27	27
108	130,04
144	123 04
64	««7008,98
12304	
3468	7008,98
6936	6976 88
408	..««32 10
8	
697688	

Perchè questa operazione lascia 3210 per residuo, così 342 è di 40004898 radice cubica prossima.

22) D. Come si estrae la radice cubica da una frazione ordinaria ?

R. Tre casi bisogna distinguere, cioè

I.° Allorchè amendue i termini della frazione data sono cubi perfetti, ed in questo caso si estrarrà la radice cubica sì dal numeratore che dal denominatore, e da queste rispettivamente se ne formerà un' altra frazione, e sarà la dimandata; p. es. $\sqrt[3]{\frac{125}{216}} = \frac{5}{6}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$; $\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{3}{5}$ ec.

II.° Se della frazione proposta, solamente il denominatore è un quadrato perfetto, allora bisogna multiplicare ambo i termini della frazione proposta per la radice quadrata del denominatore, e dalla risultante frazione, se n' estrarrà la radice cubica, la quale sarà esatta pel solo denominatore; p. es. $\sqrt[3]{\frac{7}{64}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7 \times 8}{64 \times 8}\right)} = \sqrt[3]{\frac{56}{512}}$

$= \frac{3}{8}$; $\sqrt[3]{\frac{5}{9}} = \sqrt[3]{\left(\frac{4 \times 3}{9 \times 3}\right)} = \sqrt[3]{\frac{12}{27}} = \frac{2}{3}$ ec.

III.° Essendo amendue i termini non cubi perfetti, ne il denominatore quadrato perfetto, in un tal caso bisogna multiplicare ambo i termini della frazione proposta pel quadrato del denominatore, ed indi dalla resultante frazione estrarne la radice cubica, la quale sarà esatta pel denomina-

tore solamente; p.es. $\sqrt[3]{\frac{32}{78}} = \sqrt[3]{\left(\frac{32 \times 78^2}{78 \times 78^2}\right)}$
$= \sqrt[3]{\frac{104688}{474552}} = \frac{58}{78} = \frac{29}{39}$

23) D. Come si estrae la radice cubica da un intero unito a frazione?

R. Con ridurre sì l'intero che la frazione ad espressione frazionaria, ed indi operare come nella precedente dimanda (24) p. es. $3\frac{3}{8} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

24 D. Come bisogna operare per estrarre la radice cubica dalle frazioni decimali, ed anche dagli interi uniti a decimali?

R. Egualmente come per gl' interi, avendo però l' attenzione di dividere i decimali in caselle o ternarii da sinistra a dritta, e se l' ultimo ternario mancherà di cifre, uno o due zeri vi si suppliranno; e gl' interi poi dividerli da dritta a sinistra, indi estrarre la radice sì dagli interi che da' decimali, e di staccare poi dalla dritta della radice rinvenuta, tante cifre pe' decimali, quanto è il terzo di quello che ne aveva il cubo p. es.

$$\sqrt[3]{0,010,077,696} = 0,216$$

|12	8
12	«20,77
6	12 61
1	«8166,96
1261	
|1323	8166,96
7938	8166 96
2268	«««« ««
216	
816696	

Si debba di 13, 64 rinvenirne la radice cubica, ed approssimarla maggiormente alla vera

	$\sqrt[3]{13,040,000,000} = 2,386$
12	8
36	56,40
54	41 67
27	14730,00
4167	
1587	14730,00
	13142 72
12696	«1587280,00
4416	
512	
1314272	
169932	1587280,00
	1535178 69
	««52101 31
1529388	
57834	
729	
1535178 69	

Avvertim.E. Se si vuole estrarre la radice cubica da una frazione ordinaria, in dove i termini della stessa non sono cubi perfetti, nè il denominatore è quadrato perfetto, e se ne vuole la radice con differenza quasi trascurabile, senza però trasformare una tale frazione in decimale; bisogna multiplicare ambo i termini per la quinta potenza del denominatore p.es. $\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5\times5\times5\times5\times5}\right)} =$

$\sqrt[3]{\left(\frac{9375}{15625}\right)} = \frac{21}{25}$; infatti volendo da una tal frazione estrarne la radice cubica col metodo detto di sopra, si à $\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3 \times 25}{5 \times 25}\right)} = \sqrt[3]{\frac{75}{125}} = \frac{4}{5}$; or $\left(\frac{21}{25}\right)^3 = \frac{9261}{15625}$ e $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$ e paragonando $\frac{64}{125}$ con $\frac{9261}{15625}$ chiaramente si vede che la seconda è di differenza trascurabile dalla vera, anzichè la prima.

Coroll. F. Avendo noi dimostrato la grande utilità che i decimali offrono ne' calcoli, possiamo stabilire, che generalmente volendo estrarre la radice prossima d' un dato grado da qualsivoglia numero intero o fratto, e con differenza dalla vera trascurabile; il miglior metodo è quello di convertire questi in decimali, ed indi estrarne la radice dimandata, così p. es. $\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2,000,000}$ ec. $= 1$, 251 ec. $\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3,000000}$ ec. $= 1,442$ ec. $\sqrt[3]{\frac{5}{6}} = \sqrt[3]{0,88333}$ ec. $= 0,94 = \frac{47}{50}$; $\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{0,50000}$ ec. $= 0,843$ ec.

25) D. Come si conosce se la radice prossima quadrata di un dato nnmero, rimanendo la stessa residuo; di non aver la detta radice qualche cifra di minor valore proprio?

R. Supponendo che se la radice rinvenuta da un dato numero, dovesse essere aumentata dell' unità,

o di più dell' unità ; *bisognerebbe che 'l suo quadrato tolto dal numero proposto, lasciasse un resto almeno uguale a due volte questa radice più l' unità*, eccone la formola, il quadrato di $4 + 2 = \overline{4}^2 + 2, 4 \times 2 + \overline{2}^2$, se $\overline{2}^2$ è uguale a più 1, il quadrato di $4 + 1$ sarà $\overline{4}^2 + 2, 4 + 1 = 25$, quantità che differisce dal quadrato di 4, del doppio di $4 + 1$. Perciò tutte le volte che questa circostanza non avrà luogo, la prossima radice estratta, sarà certamente quella del massimo quadrato contenuto nel proposto numero. Infatti della radice quadrata prossima del numero 6867, cioè 82 col residuo 143 ; se la detta radice vogliamo accrescerla d' un' unità, sarà 83: or il quadrato di 83 = 6889, numero da cui sottrattone il quadrato di 82 ch' è 6724 rimane 165, uguale questo a $82 + 82 + 1$ cioè 165.

26) D. Per verificare la prossima radice cubica ?

R. Se il residuo che emerge della estrazione d' una prossima radice cubica non eguaglierà *tre volte il quadrato della radice rinvenuta, più tre volte la stessa, più l' unità* ; la detta radice non sarà molto piccola ; eccone la formola, il cubo di $4 + 2 = \overline{4}^3 + 3, \overline{4}^2 \times 2 + 3, \overline{2}^2 \times 4 + \overline{2}^3$, se il cubo di 2 uguale a più 1, diviene quello di 4 uguale a $+1$, cioè 125 (non 64), ed à per espressione $\overline{4}^3 + 3, \overline{4}^2 + 3, 4 + 1$ (cioè $\overline{4}^3 + 3, \overline{4}^2 \times 1 + 3, \overline{1}^2 \times 4 + \overline{1}^3$)

= 125, quantità che differisce dal cubo di 4, per 61. Infatti della prossima radice cubica p. e. di 337 cioè 6 col residuo di 121, se la detta radice si accresce d' un' unità verrà 7; or il cubo di 7 = 343, numero da cui sottrattone, il cubo di 6 ch'è 216 viene il residuo 127, cioè una quantità uguale a 3 volte il quadrato di 6, più tre volte 6, più 1, cioè 127>121.

APPLICAZIONE
delle Teoriche precedenti
ossia
DELL' USO DEL CALCOLO ARITMETICO
nella soluzione de' problemi.

Prima di trattare lo scioglimento de' problemi, bisogna esporre per quanto quì necessita, la Dottrina delle ragioni e proporzioni.

Questa dottrina che à per oggetto l' esame de' rapporti delle grandezze omogenee, somministra de' più interessanti lumi a tutte le matematiche, e ne siam debitori ad Eudosso Gnidio (discepolo di Platone) e ad Archita Tarantino (1).

1) D. Che s' intende per ragione o rapporto?
   R. Il paragone di due grandezze omogenee, fatto circa la loro quantità.
2) D. Le grandezze che si paragonano, come si chiamano?
   R. In generale termini, in particolare poi, il primo termine antecedente, ed il secondo conseguente,
3) D. Come si distingue la ragione?

---

(1) Diogenes Laertius in vita Eudoxii. §. 11. Fabricius Bibliotheca Graeca. L. VIII. Cap. IV.

R. In due specie ; cioè per *quoziente* e per *differenza* (1).

1.° Per quoziente quella che consiste in osservare quante volte uno de' termini che si paragonano contiene l'altro cioè il quoto che si à dividendo l' uno per l'altro i due numeri che si paragonano.

2.° Per differenza quella che consiste in osservare di quanto l' uno de' due numeri che si paragonano , supera l' altro , cioè la differenza che si à sottraendo l' uno dall' altro, i due numeri che si paragonano.

Dicesi poi *esponente*, *quantità*, o *denominatore* della ragione , quel numero che, indica nella ragione per quoziente quante volte l' uno de' termini contiene l' altro ; e nella ragione per differenza di quanto l' uno de' termini supera l'altro. Cioè nel primo caso il numero è il quoziente, e nel secondo la differenza.

4) D. Quando due ragioni si dicono uguali, e quando una maggiore o minore dell' altra ?

R. Due ragioni sono uguali , qualora i loro esponenti sono uguali p: e: le ragioni per quoziente di 8 : 2, e 12 : 3 avendo ambedue per esponente 4 sono uguali. Si dirà poi una maggiore o minore dell'altra, secondochè l' esponente dell' una, sarà maggiore o minore di quello dell' altra p: e: la

(1) Dagli antichi matematici la ragione veniva distinta in Geometrica cioè per quoziente, ed Aritmetica ossia per differenzà ; ma i moderni con più ragionamento àn detto per quoziente e per differenza, appunto perchè l'operazione della prima è la divisione, e quindi il quoziente : e nella seconda poi la differenza o sia residuo. E queste distinzioni vengono fatte da Lagrange , Lacroix ecc.

ragione di 8 : 2 è maggiore dell' altra di 12 : 6, poichè la prima à per quantità 4, e la seconda 2. Lo stesso à luogo nella ragione per differenza p: e: 10 a 5 e 18 a 13, avendo ambedue per esponente 5 sono uguali; quella poi di 15 a 9 è minore dell' altra di 10 a 2, dacchè la prima à per esponente 6, e la seconda 8.

5) D. Che cosa è proporzione?
R. L' uguaglianza di due ragioni

6) D. Come si distingue la proporzione?
R. In due specie, cioè

1.° *Equiquoziente* detta benanche semplicemente proporzione (e corrisponde alla geometrica) ed è quella che viene costituita dal confronto di due ragioni uguali per quoziente.

2.° *Equidifferenza* (che corrisponde all' aritmetica) se le ragioni che la costituiscono, sono per differenza.

I.°

Della proporzione equiquoziente.

La equiquoziente si scrive come segue; 4 : 8 :: 18 : 36 o pure 4 : 8 = 18 : 36; e si pronunzia 4 sta ad 8 come 18 sta a 36; ed anche 4 diviso per 8 è uguale a 18 diviso per 36. Quindi ben si rileva che l' antecedente corrisponde al numeratore, ed il conseguente al denominatore, p: e: 4 : 8 :: 18 : 36 trasformasi in $\frac{4}{8} = \frac{18}{36}$

7) D. Come si distingue la proporzione relativamente ai termini che la compongono?

R. In discreta e continua.

1.° *Discreta* quella ch'è composta di quattro grandezze tutte diverse tra loro; p: e: 12: 4:: 15: 5.

2.° *Continua* se il conseguente della prima ragione fa da antecedente nell'altra; p: e: 8: 4:: 4: 2. Ciò vale anche per la proporzione di equidifferenza.

8) D. Quando due quantità si dicono essere in ragion diretta, e quando in reciproca od inversa?

R. 1.° Due quantità diconsi essere in ragion diretta, qualora all'accrescimento o diminuzione di una, corrisponde un proporzionato accrescimento o diminuzione dell'altra p.e. se una canna di panno consti dieci ducati, quattro canne dello stesso panno valeranno 40 ducati.

2.° Si dicono poi due quantità essere in ragione reciproca od inversa, qualora all'accrescimento di una, corrisponde la diminuzione rispettiva dell'altra; posto p. e. che una si raddoppi, o si triplichi, l'altra si riduce ad una metà, ad una terza parte ect., ed al contrario, p. e. dello stesso panno per formare un abito bisognerà prenderne un numero di canne doppio o triplo, quando abbiasi nella sua larghezza la metà, o la terza parte della prima, rimanendo tutte le altre cose uguali.

9) D. Quale dicesi ragione semplice, e quale composta?

1.° *Semplice* quella che il suo esponente risulta dal solo paragone di due grandezze, p: e: 10: 5 $= \frac{10}{5} = 2$, o pure 5: 10 $= \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

2.° *Composta* allorchè il suo suo esponente è il

prodotto che si ottiene con moltiplicare gli esponenti di più ragioni semplici; p: e: delle ragioni semplici di 10 a 5 e di 6 a 2, i rispettivi esponenti sono 2 e 3, ogni ragione che avrà per sua quantità 2 per 3, p: e: 6 a 1, 24 a 4 etc. si dirà composta dalle ragioni di 10 a 5 e di 6 a 2; e poichè le dette ragioni semplici possono essere rappresentate da $\frac{10}{5}$ e $\frac{6}{2}$, sarà il prodotto delle stesse $\frac{10\times6}{5\times2}$; ma ciò ci somministra la ragione composta di 10×6 e 5×2, cioè 60 a 10; quindi si ottiene la ragion composta da più ragioni semplici, con multiplicare tutti gli antecedenti, e tutti i conseguenti.

Teorema Fondamentale A.

In ogni proporzione, il prodotto de' termini estremi, è uguale al prodotto de' termini medii.

Dimostrazione. I.ª Nella discreta p. es. 8 : 4 :: 6 : 3, è chiaro che uguali saranno fra loro le quantità delle due ragioni, cioè le frazioni $\frac{8}{4}$ e $\frac{6}{3}$ le quali rimarranno benanche uguali ridotte alla medesima denominazione, cioè $\frac{8\times3}{4\times3}=\frac{6\times4}{4\times3}$, ma le frazioni uguali e che ànno lo stesso denominatore, debbono avere uguali eziandio i numeratori, quindi $8\times3=6\times4$, ma 8×3 è il prodotto de' termini estremi, e 6×4 è il pro-

dotto de' medii; perciò in ogni equiquoziente, il prodotto degli estremi è uguale al prodotto de' medii.

2.° La stessa verità è per la continua, per esempio $8:4::4:2$ cioè $\frac{8}{4}=\frac{4}{2}$, e ridotte queste frazioni alla medesima denominazione si à $\frac{8\times2}{4\times2}=\frac{4\times4}{4\times2}$ cioè 8×2 prodotto degli estremi, uguale 4×4, o pure 4 prodotto de' medii, o quadrato del medio.

10) D. Come si conosce se quattro grandezze non formano proporzione?

R. Allorchè il prodotto de' termini estremi, non è uguale al prodotto di quello de' medii; infatti sieno le grandezze 9, 36, 7, 14; la ragione formata dalle due prime che à per esponente $\frac{9}{36}$ non è uguale a quella formata dalle seconde che à per esponente $\frac{7}{14}$, ma le frazioni disuguali ridotte alla medesima denominazione restano disuguali, perciò $\frac{9\times14}{36\times14}$ e $\frac{7\times36}{36\times14}$ cioè $\frac{126}{504}$ e $\frac{252}{504}$ sono frazioni disuguali, ma 9×14 è il prodotto de' termini estremi, e 36×7 è il prodotto de' medii; quindi nelle proposte quattro grandezze, non verificandosi che il prodotto degli estremi è uguale a quello de' medii, non formano tali grandezze proporzione.

Corollario A. Dacchè quattro grandezze per essere proporzionali, il prodotto de' termini estremi dev' essere uguale al prodotto de' medii; ne segue che si può cangiar l' ordine de' termini d' una proporzione, purchè quello che si stabilisce sia tale che, il prodotto

degli estremi uguaglia quello de' medii; p. es. nella proporzione di 15 : 120 :: 6 : 48, ne possiamo fare le seguenti disposizioni

15	:	120	::	6	:	48
15	:	6	::	120	:	48
48	:	6	::	120	:	15
48	:	120	::	6	:	15
120	:	15	::	48	:	6
120	:	48	::	15	:	6
6	:	15	::	48	:	120
6	:	48	::	15	:	120

ed ecco che in ciascuna di queste, il prodotto degli estremi e quello de' medii, son sempre formati da' mesimi fattori.

11) D. Allorchè si deve formare una ragion composta da ragioni semplici dirette, o pure da una diretta e l'altra reciproca, come bisogna operare?

R. I.° Qualora le ragioni semplici costituenti la composta sono dirette, si multiplicano gli antecedenti fra loro, e benanche i conseguenti tra di loro; p: e: 10 : 5 e 28 : 7 componendole si à $10 \times 28 : 5 \times 7$ cioè 280 : 35. Ciò è chiaro poichè generalmente prese le dette grandezze possono essere rappresentate da $\frac{10}{5}$ e $\frac{28}{7}$ e formando il prodotto di queste due frazioni si à $\frac{10 \times 28}{5 \times 7}$, cioè antecedente moltiplicato per antecedente, e conseguente per conseguente.

II.° Se poi la composta esser dee formata da una diretta e l'altra reciproca; in questo caso bisogna

multiplicare l' antecedente della diretta pel conseguente della reciproca, e 'l conseguente della diretta per l'antecedente della reciproca; cioè si potrà la reciproca trasmutare in diretta, indi eseguire come di sopra p. es. si debba comporre una ragione dalla diretta di 12 : 6 e della reciproca di 2 : 3 costituendo la composta si à 12 $\times$ 3 e 6 $\times$ 2 = 36 : 12. Ma poichè la ragion reciproca di 2 a 3 è benanche espressa da quella di 3 a 2 perciò $\frac{12}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{36}{12}$ cioè 36 : 12.

12) D. Come si rinviene l' estremo ignoto in una proporzione discreta?

R. Con multiplicare i due medii, ed il prodotto si divida per l' estremo noto, il quoziente esprimerà l' altro estremo, p. e. 8 : 32 :: 6 : x (1), $x = \frac{32 \times 6}{8} = 24$. Ciò è chiaro poichè giusto il teorema fondamentale A, moltiplicando i due medii si viene ad avere un prodotto uguale a quello de' termini estremi, e dividendo questo prodotto de' medii, per l'estremo noto, il quoziente necessariamente deve dare l' altro fattore, cioè l' estremo dimandato.

13) D. Come si rinviene uno de' termini medii in una proporzione discreta, qualora sia ignoto?

R. Dividendo il prodotto degli estremi pel medio noto, il quoziente darà l' altro medio dimandato p. es. 8 : 32 :: x: 24, $x = \frac{8 \times 24}{32} = 6$.

(1) Le grandezze ignote si rappresentano con le ultime lettere dell'alfabeto, cioè x, y, z, *et.*

Infatti 8×24 è uguale a 32×6; vale a dire il prodotto degli estremi uguale al prodotto dei medii.

14) D. Come si rinviene uno de' termini estremi in una proporzione continua?

R. Con multiplicare il secondo termine per sè medesimo, o pure che vale lo stesso, innalzarlo a quadrato, e dividerlo per l' estremo cognito, il quoziente darà l'estremo ignoto p. e. $36 : 18 :: 18 : x$, $x = \frac{18 \times 18}{36} = 9$. Ciò è chiaro poichè multiplicando il secondo termine per sè stesso, si viene ad avere un prodotto uguale al primo termine multiplicato pel terzo, giusto il teorema fondamentale, e perciò dividendo il quadrato del medio per l' estremo cognito, il quoziente dovrà dare l' altro termine dimandato.

15) D. Come si rinviene il termine di mezzo ignoto in una proporzione continua?

R. Con multiplicare i due estremi, e dal prodotto estrarne la radice quadrata, questa esprimerà il medio proporzionale richiesto; p: e: $36 : x :: x : 9$, $x = \sqrt{36 \times 9} = \sqrt{324} = 18$ cioè $36 : 18 :: 18 : 9$. Quest' operare da sè è chiaro, perchè multiplicando i termini estremi, si viene ad avere un prodotto uguale al quadrato del medio, ed estraendo da questo, la radice quadrata, la stessa deve dare il medio proporzionale dimandato.

Avvertim. A. *In ogni proporzione si possono multiplicare o dividere per uno stesso numero, i due antece-*

denti, o pure i due conseguenti, e benanche i due termini del primo rapporto od i due del secondo; senza che di nulla varia la proporzione.

I.° Sia p: e: 12: 6 :: 4 : 2, questa equivale a $\frac{12}{6} = \frac{4}{2}$; or se due frazioni sono uguali e si multiplicano pel medesimo numero i soli numeratori, i risultati saranno ancora uguali; perciò $\frac{12 \times 5}{6} = \frac{4 \times 5}{2}$ e formando con quest'ultime frazioni una proporzione, si ottiene $12 \times 5 : 6 :: 4 \times 5 : 2$.

E multiplicando i denominatori delle due frazioni proposte per uno stesso numero si à $\frac{12}{6 \times 6} = \frac{4}{2 \times 6}$ e se ne ricava la proporzione $12 : 6 \times 6 :: 4 : 2 \times 6$, quindi multiplicando per un medesimo numero i due antecedenti o i due conseguenti di una proporzione, i risultati formano benanche una proporzione.

Della proporzione di 12: 6 :: 4: 2 espressa benanche da $\frac{12}{6} = \frac{4}{2}$, se i due termini della frazione $\frac{12}{6}$ si moltiplicano per 5, si à $\frac{12 \times 5}{6 \times 5} = \frac{4}{2}$, lo stesso pe' termini del secondo rapporto, sempre si à $12 \times 5 : 6 \times 5 :: 4 : 2$, o pure $12 : 6 :: 4 \times 5 : 2 \times 5$; ciò è chiaro poichè se di due frazioni uguali si multiplicano per uno stesso numero i termini di una, la risultante sarà uguale alla prima, quindi se si multiplicano per uno stesso numero i due primi termini di una proporzione o pure i due secondi, i risultanti termini, formeranno benanche una proporzione.

II.° Gli stessi ragionamenti di sopra esposti, sono applicabili allorchè trattasi di dover dividere per uno

stesso numero o i soli antecedenti, o i soli conseguenti, oppure i termini del primo rapporto o quelli del secondo di una proporzione, non cambiando la stessa mai valore p: e: 12 : 6 :: 48 : 24 dividendo gli antecedenti per 4 si à $\frac{12}{4}$: 6 :: $\frac{48}{4}$: 24 cioè 3 : 6 :: 12 : 24 e dividendo i conseguenti per 3 si à 12 : $\frac{6}{3}$ :: 48 : $\frac{24}{3}$ cioè 12 : 2 :: 48 : 8 ; e dividendo i due termini del primo rapporto per 3, si à $\frac{12}{3}$: $\frac{6}{3}$ :: 48 : 24 cioè 4 : 2 :: 48 : 24, e dividendo i due termini del secondo rapporto per 3, si à 12 : 6 :: $\frac{48}{3}$: $\frac{24}{3}$ cioè 12 : 6 :: 16 : 8.

Coroll. B. Se in una proporzione i due antecedenti o i due conseguenti sono frazionarii, o pure tutti e quattro i termini della stessa ; si possono fare svanire queste frazioni, con ridurle prima alla medesima denominazione, tralasciare il denominator comune, e tener conto solamente de'numeratori, senza che di nulla cangia la detta proporzione.

I.° S' abbia la proporzione $\frac{5}{6}$: 4 :: $\frac{5}{8}$: 3, multiplicando gli antecedenti pel prodotto di 6 per 8 si à $\frac{5 \times 6 \times 8}{6}$: 4 :: $\frac{5 \times 6 \times 8}{8}$: 3, e dividendo pel fattore comune sì i numeratori che i denominatori, sì à 5 × 8 : 4 :: 5 × 6 : 3. Lo stesso ragionamento è applicabile per i conseguenti frazionarii.

II.° Essendo poi tutti e quattro i termini frazionarii di una proporzione p. es. $\frac{5}{6}$: $\frac{1}{4}$ :: $\frac{2}{3}$: $\frac{1}{5}$, multiplicando ciascuno di questi termini pel prodotto di tutt'i denominatori, si à $\frac{5 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5}{6}$: $\frac{1 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5}{4}$ ::

$\frac{2\times6\times4\times3\times5}{3} : \frac{1\times6\times4\times3\times5}{5}$, e dividendo pel fattore comune sì i numeratori che i denominatori, si à $5\times4\times3\times5 : 1\times6\times3\times5 :: 2\times6\times4\times5 : 1\times6\times4\times3$, cioè $300 : 90 :: 240 : 72$.

Scolio A. Allorchè si dimandi il quarto termine di una proporzione, e la stessa abbia i due termini medii espressioni frazionarie, in un tal caso si possono ridurre questi medii al medesimo denominatore e tener conto de' soli numeratori, indi multiplicare il primo antecedente pel quadrato del loro denominator comune, quindi risolvere una tale proporzione p. es. $8 : 4\frac{2}{3} :: 12\frac{1}{2} : x$, cioè $8 : \frac{14}{3} :: \frac{25}{2} : x, x = \frac{75\times28}{8\times36} = 7\frac{7}{24}$; ciò è chiaro poichè multiplicando tutt' i termini della proposta proporzione per 3×2, si à $8\times3\times2 : \frac{14\times3\times2}{3}$ cioè $12\times14 :: \frac{3\times2\times25}{2}$ cioè $3\times25 : 3\times2\times x$; or se in una proporzione si multiplichi il primo termine per un numero, e l' ultimo termine si divida per lo stesso numero, la proporzione non si altera, dunque si avrà (1) $\overline{3\times2}^{2}\times8 : 2\times14 :: 3\times25 : x$, cioè $288 : 28 :: 75 : x$, ed $x = 7\frac{84}{288}$ cioè $\frac{7}{24}$.

(1) Cioè $3\times2\times3\times2\times8 = 288$.

II.

Proporzione Equidifferenza.

La equidifferenza si scrive 12 . 4 : 21 . 13, e vien profferita 12 sta a quattro, per differenza come 21 sta a 13, perciò può la stessa benanche così contrasegnarsi $12 - 4 = 21 - 13$.

Teorema Fondamentale B.

In qualunque equidifferenza la somma de' termini estremi, è uguale a quella de' termini di mezzo.

Dimostrazione. Sia per es. 15 . 8 : 9 . 2, o pure 8 . 15 : 2 . 9 potendo questa esser rappresentata da $15 - 8 = 9 - 2$; ma a tali quantità uguali, se si aggiunga di comune $8 + 2$, avremo $15 - 8 + 8 + 2 = 9 - 2 + 8 + 2$, ossia $15 + 2 = 9 + 8$, ma 15 e 2 denotano i termini estremi, ed 8 e 9 i termini medii; dunque qualora due rapporti per differenza sono uguali, la somma degli estremi è uguale alla somma dei medii.

Corollario B. Dalla verità di sopra dimostrata ne possiamo ricavare i termini ignoti di qualunque equidifferenza.

1.° *Discreta.* Di questa si rinviene uno degli estremi ignoto, con addizionare i due medii, e dalla somma di questi, sottrarre l' estremo cognito, il residuo darà l' estremo ignoto p. e. 12 . 15 : 18 . x, $x = 15 + 18 - 12 = 21$.

Essendo poi l'ignoto uno de' termini medii, si rinviene questo con addizionare i due estremi, e sottrarre dalla somma di questi, il medio noto; la differenza darà l'altro medio ignoto; per es. $12 . 15 : x . 21$, $x = 12 + 21 - 15 = 18$.

2.° *Continua.* Volendo di questa rinvenire uno degli estremi ignoto, questo si à, con addizionare i due medii e da questa somma sottrarne l'estremo cognito; la differenza darà l'altro estremo; p. e. $15 . 12 : 12 . x$, $x = 12 + 12 - 15 = 9$.

Volendo poi rinvenire il medio, questo si à, con addizionare gli estremi, e prendere la metà della somma; p. es. $15 . x : x . 9$, $x = \frac{15 + 19}{2} = 12$.

Avvert. B. Relativamente ai diversi problemi che saranno quì appresso risoluti, bisogna dire di essere cosa indispensabile e di molta utilità, che il maestro eserciti l'allievo nel farlo risolvere un gran numero di problemi per ciascuna classe, onde ben si comprenda la maniera di raziocinare su de' medesimi, ed indi stabilirvi le proporzioni corrispondenti.

SOLUZIONE

DE' PROBLEMI

16) D. In quante classi si dividono i Problemi Aritmetici?
R. In quattro classi, che dalle varie regole mediante le quali si risolvono si chiamano

1.° Del Tre
2.° Società
3.° Alligazione
4.° Falsa Posizione.

17) D. Di queste qual' è la principale?
R. La regola del Tre, da cui le altre tutte dipendono ed a ragione vien detta anche aurea.
18) D. Questa regola del Tre come vien divisa?
R. In quattro specie, cioè

1.ª Tre semplice diretta
2.ª Tre semplice reciproca
3.ª Tre composta diretta
4.ª Tre composta reciproca

1.ª Classe

Tre Semplice Diretta

19) D. Come si risolvono i problemi appartenenti alla regola del tre semplice diretta?

R. Con una proporzione nella quale le due ragioni sono semplici e dirette. Cioè il primo termine maggiore o minore del secondo, ed il terzo egualmente maggiore o minore del quarto, o pure il primo termine maggiore o minore del terzo, ed il secondo egualmente maggiore o minore del quarto; quindi da ciò si conosce che un dato problema è di questa classe.

Avvertimento generale

Data l'enunciazione del Problema, si vada esaminando di che classe è, indi si stabilisca la proporzione, e questa si semplifichi per quanto è possibile come diremo quì a poco, si badi però di paragonar sempre nelle ragioni termini omogenii, p. es. capitale con capitale, rendita con rendita ect., e non altrimenti.

Problema I

Un capitale di ducati 1300 all'otto per 100 (1) che rendita annua dà?

(1) Contrasegnandosi benanche così %

Soluzione. Riflettendo sull' enunciato d' un tal problema, chiaramente si osserva che la rendita annua d'un capitale è maggiore se il capitale è più grande, ed al contrario; perciò la ragione delle rendite annue è diretta di quella de' capitali. Per la qual cosa appartenente l'esposto problema alla regola del tre semplice diretta, si risolverà come segue $100 : 1300 :: 8 : x$ la quale proporzione è semplice diretta, e si rinverrà l'ignota x come abbiam dimostrato dim. 12; cioè $x = \frac{8 \times 1300}{100}$ $= 104$.

Problema II

Una rendita di ducati 104 all' otto per 100 che capitale dà.

Soluzione. Se 8 ducati ne danno 100, 104 che ne daranno? quindi avremo la seguente proporzione $8 : 100 :: 104 : x$ cioè $8 : 104 :: 100 : x$ e risolvendola avremo $104 \times 100 = 10400 : 8 = 1300$.

Problema III

Per comprare canne $15\frac{1}{4}$ di un dato panno si sono sborsati ducati $109\frac{1}{2}$, si cerca per acquistarne canne 27 dello stesso, che quantità di moneta vi abbisognerà.

Soluzione. Canne $15\frac{1}{4} : 109\frac{1}{2} :: 27 : x$, ordinandola cioè paragonando canne a canne, e moneta a moneta, avremo $15\frac{1}{4} : 27 :: 109\frac{1}{2} : x$, e perchè vi sono le frazioni si riducono tutt'i termini ad espressione frazionarie (Teo. 4 D. 2) ed avremo $\frac{61}{4} : \frac{27}{1} :: \frac{219}{2} : x$ e dividendo il prodotto del secondo termine pel terzo,

pel primo termine si avrà, $193\frac{106}{122}$ e quindi avremo $15\frac{1}{4}$: $27 :: 109\frac{1}{2} : 193\frac{53}{61}$, qual frazione è uguale a circa grana $86\frac{54}{61}$

Avvert. C. 1.° Trovandosi i termini di una ragione composti d'interi, e d'interi e frazioni, in tal caso, essendo numeri denominati i detti termini si possono ridurre alla stessa specie p. es. nell'esposto Problema $\overset{\text{Palmi}}{122} : \overset{\text{Palmi}}{216} :: \overset{\text{Carlini}}{1095} : \overset{\text{Carlini}}{1938}\frac{84}{122}$, cioè $15\frac{1}{4} : 27 :: 109\frac{1}{2} : 193\frac{53}{61}$; quindi il quarto proporzionale è uguale ducati 193 grana 86 e cavalli 9 circa.

2.° E per ciò che di sopra abbiam dimostrato (Corol. B di quest' applicazione), se ne ricava che in questa proporzione per evitare le frazioni si riducano le stesse al medesimo denominatore, e si scrivono i soli numeratori, senza tener conto del denominator comune p. es. $15\frac{1}{4} : 27 :: 19\frac{1}{2} : x$ e ridotti $\frac{61}{4}$ e $\frac{219}{2} = \frac{122}{8}$ e $\frac{876}{8}$ e scritti i soli numeratori si à $122 : 27 :: 876 : x$ ed $x = 193\frac{106}{122}$, cioè ducati $193\frac{58}{61}$, cioè ducati 193 e grana 86 e cavalli 9 circa.

Problema IV.

A quale ragione abbisogna impiegare un capitale di ducati 1300 affinchè dia annualmente la rendita di ducati 104.

Soluzione. Essendo l'interesse (o ragione) nel rapporto diretto del capitale, così se i ducati 1300 ànno

prodotto dopo un anno 104 ducati, 100 ducati dopo lo stesso periodo che daranno; e perciò si à 1300 : 104 :: 100 : x, ed ordinando una tal proporzione, si à 1300 : 100 :: 104 : x, ed $x = \frac{100 \times 104}{1300} = 8$; dunque abbisogna impiegarlo alla ragione dell'otto per 100.

20) D. Per avere una rendita di duc. 1300 annui alla ragione del $6\frac{1}{4}$ per 100 che capitale vi necessita?

R. Poichè ducati $6\frac{1}{4}$ ne danno 100 di capitale, 1300 che ne daranno; e perciò si avrà $6\frac{1}{4}$: 100 :: 1300 : x, ordinandola, si à $6\frac{1}{4}$: 1300 :: 100 : x, $x = \frac{100 \times 1300}{6\frac{1}{4}} = 20800$ ducati, ch' è il capitale dimandato.

Tre semplice inversa o reciproca

21) D. Quali problemi diconsi della regula del tre semplice inversa?

R. Quelli formati da due ragioni semplici, ma una inversa dell'altra.

22) D. Come si risolve questa proporzione?

R. Da reciproca a diretta, con fare il conseguente antecedente nella prima ragione.

Problema I.

Un galantuomo ricorda che altra volta per aver fattosi un abito d'un panno largo palmi $6\frac{3}{4}$ ce ne pose palmi $13\frac{1}{4}$, or desidera conoscere per farsi un

abito consimile, ma d'un panno più stretto del primo cioè di palmi $4\frac{1}{2}$ di larghezza, che quantità ve ne abbisognerà.

Soluzione. Essendo chiaro che la larghezza del panno è in ragione inversa della quantità, quindi essendo a questo proposito più stretto il panno relativamente al primo abito, se a quello ce ne abbisognarono palmi $13\frac{1}{4}$, certamente al faciente ce ne abbisogneranno più; eccone la proporzione

1.ª Larg. 1.ª Quant. 2.ª Larg.

$6\frac{3}{4} : 13\frac{1}{4} :: 4\frac{1}{2} : x$ ordinandola avremo

$6\frac{3}{4} : 4\frac{1}{2} :: 13\frac{1}{4} : x$ e facendola diretta si à

$4\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4} :: 13\frac{1}{4} : x$ e risolvendola si à I.° col metodo delle frazioni $\frac{9}{2} : \frac{27}{4} :: \frac{53}{4} : x$, ed $x = \frac{2862}{144} = 19\frac{126}{144} = 19\frac{7}{8}$.

II. Con i denominati avremo

Once Once Once Once

$54 : 81 :: 159 : x$, ed $x = 238\frac{27}{54} = 238\frac{1}{2}$ cioè palmi 19 once 10 e $\frac{1}{2}$ di once etc. Bisogna avvertire che in questo caso fa duopo ridurre alla medesima specie inferiore benanche gli altri termini corrispondenti.

III. Ed operando come dicemmo Corol. B. di quest'applicazione, avremo $4\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4} :: 13\frac{1}{4} : x$: riducendo i due antecedenti alla medesima denominazione si à $\frac{9}{2}$ e $\frac{53}{4} = \frac{18}{4}\ \frac{53}{4}$, quindi $18 : 6\frac{3}{4} :: 53 : x$ e riducendo i termini della prima ragione alla stessa denominazione cioè $\frac{18}{2} : \frac{27}{4} = \frac{72}{4}, \frac{27}{4}$ perciò si à $72 : 27 :: 53 : x$, ed $x = 19\frac{7}{8}$.

Problema II

Conoscendosi che 'l rapporto tra la lira di Francia e 'l ducato Napolitano è di 12 : 50 si cerca conoscere quanti ducati faccia una somma di 929 lire.

Soluz. Perchè la detta lira è minore del nostro ducato, chiaramente si comprende che la medesima quantità di danaro dovrà più volte contenere la lira che 'l ducato, e tanto maggior numero di volte, per quanto il 50 contiene il 12, quindi è chiaro essere il numero delle lire a quello de'ducati, in ragione reciproca di 12 a 50 ed eccone la proporzione $12 : 50 :: 929 : x$ ed ordinandola, si à $50 : 12 :: 929 : x$ ed $x = 222\ \frac{24}{25}$ cioè 222 ducati 9 carlini e grana 6.

Coroll. D. Da ciò che abbiam detto di sopra, ben se ne può ricavare

1.° Che nel danaro a mutuo aumentando la ragione, si accresce la rendita od interesse; e viceversa; *quindi l'interesse è in rapporto diretto della ragione.*

2.° Nel dare capitale ad una data rendita, aumentandosi la ragione, diminuisce il capitale, e diminuendo la ragione aumenta il capitale; *quindi il capitale è nel rapporto reciproco della ragione.*

E mettendo il capitale = C
la rendita = E
l'interesse = I
la ragione = R, avremo le seguenti formule

i.° Pel danaro a mutuo $\frac{R \times C}{100} = I$

ii.° Per dare capitale ad una data rendita $\frac{E \times 100}{R} = C$

iii.° Per dare ragione ad una data rendita $\frac{E \times 100}{C} = R$

Tre Composta Diretta

23) D. Quali problemi diconsi della regula del tre composta diretta?

R. Quelli che risolvonsi con una proporzione, in cui evvi una ragione composta di due altre ragioni, ma entrambe dirette; come si osserverà ne' seguenti problemi.

Avvertim.E. Affine di ben isciogliere questi problemi, si stabiliscon sempre due proporzioni, in una paragonando p.es. tempo a tempo, e lavoro con l' ignota; nell'altra poi operai con operai, e lo stesso lavoro con l' ignota, scritte queste due proporzioni, e perciò che si è detto dimanda 11, si costituisce la ragion composta.

Problema I.

Fabbri 5 àn compiti in giorni sei 40 parapetti di palcone, si dimanda 16 de' detti fabbri in 15 giorni quanti ne faranno?

Soluz. Essendo nel presente caso disuguali tanto il numero de' fabbri, che de' tempi, è manifesto esser la quantità del lavoro in ragion composta dalla diretta sì de' detti fabbri che de' tempi; quindi per ciò che abbiamo esposto di sopra avremo

Operai 1. Operai 2. Lavoro
5 : 16 :: 40 : x
Tempo 1. Tempo 2.
6 : 15 :: 40 : x e costituendo da queste la ragion composta si à

$5 \times 6 : 16 \times 15 :: 40 : x$, cioè $30 : 240 :: 40 : x$, ed $x =$ 320 e perciò i 16 fabbri eseguiranno in 15 giorni 320 parapetti.

Problema II

Un capitale di ducati 57 e gr. 21 $\frac{1}{4}$ à dato di rendita per un anno ducati 4 e gr. 57 $\frac{7}{10}$, si desidera conoscere che rendita darà un capitale di ducati 178 e gr. 5 $\frac{1}{3}$ per un anno e mezzo.

Soluz. Nell'enunciazione di questo problema chiaramente osservasi che, la rendita de' ducati 4 e gr. 57 $\frac{7}{10}$, sta a quella che si cerca, in ragion composta dalla diretta de' capitali, e de' tempi, e perciò supponendo essere stati i detti capitali impiegati per lo stesso tempo, a proporzione ch' è maggiore il capitale, tale sarà anche la rendita, e viceversa essendo minore; così ancora essendo un medesimo capitale impiegato per più tempo darà maggior rendita (giusta ciò che dicemmo I. Classe Prob. I.); quindi avremo le seguenti proporzioni:

Capitale 1. Capitale 2. Interesse

grana $5721\frac{1}{4} : 17805\frac{1}{3} :: 457\frac{7}{10} : x$

Tempo 1. Tempo 2.

mesi $12 : 18 :: 457\frac{7}{10} : x$ e constituendo la ragion composta si à $5721\frac{1}{4} \times 12 : 17805\frac{1}{3} \times 18 :: 457\frac{7}{10} : x$, cioè $68655 : 320496 :: 457\frac{7}{10} : x$, ed $x = 2136\frac{439392}{686550} = 2136\frac{16}{25}$, cioè ducati 21 e gr. $36\frac{2}{3}$ circa.

Se in questo problema vi fosse un'altra condizione, cioè essere i detti capitali impiegati a differenti ragioni p. e. uno al 9 e l'altro al 7 per $\frac{0}{0}$, supponendo tutte le altre cose uguali; or la rendita d'un capi-

tale è maggiore o minore secondochè a maggior o minor ragione è stato impiegato (Cor. D.) quindi è manifesto essere in questo caso la rendita data alla dimandata, in ragion composta dalla diretta de'capitali, dalla diretta delle ragioni, dalla diretta de'tempi, in cui i summentovati capitali sono stati impiegati, cioè

$5721\frac{1}{4} \times 12 \times 9 : 17805\frac{1}{3} \times 18 \times 7 :: 457\frac{7}{10} : x$ et.(1)

Tre Composta Reciproca

24) D. Quali problemi diconsi della regola del tre composta reciproca?

R. Quelli che risolvonsi con una proporzione, in cui evvi una ragion composta di due ragioni semplici ma una diretta, e l'altra reciproca.

Avvertim. F. Per operare con avvedutezza abbisogna scrivere amendue le proporzioni separatamente, ed indi costituire la ragion composta. 1.° O con multiplicare antecedente della ragion diretta pel conseguente della reciproca, e conseguente della diretta per antecedente della reciproca (come osserveremo nel seguente problema) 2.° Che lo stesso vale, con dividere l'antecedente della prima proporzione per l'antecedente della seconda, e conseguente della prima, per conseguente della seconda, e questi termini formeranno la prima ragione.

---

(1) Questa regula, dal numero de' termini dati nel problema vien detta volgarmente del cinque del sette ecc. ma noi terremo sempre la denominazione sopra detta.

Problema I

Un campo di 87 moggia è stato mietuto da 24 mietitori in 18 giorni, si vuol conoscere in quanto tempo potranno 15 mietitori, mietere un campo di moggia 108.

Soluz. Essendo varî sì i campi che i lavoratori, sarà la ragion del tempo dato, a quella di cui si va in cerca, composta dalla ragion diretta della grandezza de' campi, e dalla reciproca del numero de' lavoratori, ed eccone le proporzioni

1. Campo 2. Campo Tempo 1. Tempo 2.

$87 : 108 :: 18 : x$

1. Mietitori 2. Mietitori

$24 : 15 :: 18 : x$, e costituendo la ragion composta si à $87 \times 15 : 108 \times 24 :: 18 : x$, cioè $1305 : 2592 :: 18 : x$ e risoluta la proporzione si à $x = 35$ giorni, 18 ore, 2 minuti primi $28''\frac{1260}{1305}$; or questo problema risoluto come abbiam detto nell' avvertimento F, cioè con dividere l'antecedente della prima proporzione per quello della seconda, ect. si à

$\frac{87}{24} : \frac{108}{15} :: \frac{18}{1} : x$ cioè $\frac{1944}{15} : \frac{87}{24} = \frac{46656}{1305} = 35$ giorni 18 ore, minuti 2', e $28''\frac{1260}{1305}$.

Problema II

Per fare degli uniformi a 128 uomini, vi sono abbisognati 162 canne di castoro largo però palmi $6\frac{1}{4}$, si dimanda ora per fare de' consimili uniformi a 14 uo-

mini di un panno largo palmi $7\frac{2}{3}$ quante canne vi abbisogneranno?

Soluz. È chiaro che le canne date sono alle richieste in ragion composta dalla diretta de'numeri de' soldati, e dalla reciproca della larghezza de'panni, ed eccone le proporzioni.

1. Uomini 2. Uomini Panno

$128 : 14 :: 162 : x$

Larghezza 1. Larghezza 2.

$6\frac{1}{4} : 7\frac{2}{3} :: 162 : x$ cioè $128 \times 7\frac{2}{3} : 14 \times 6\frac{1}{4} :: 162 : x$ e riducendo tutt' i termini ad espressioni frazionarie avremo $\frac{128}{1} \times \frac{23}{3} : \frac{14}{1} \times \frac{25}{4} :: \frac{162}{1} : x$, cioè $\frac{2944}{3} : \frac{350}{4} :: \frac{162}{1} : x$, ed $x = 14\frac{5236}{11776}$ cioè uguale a canne 14 palmi 3 once 6, minuti 3 e punti $4\frac{2816}{11776}$.

Avvertim. G. Per verificare i problemi fin quì esposti, altro non àssi a fare che osservare se il prodotto de'termini estremi, è uguale a quello de' termini di mezzo p. es. nel sopra esposto problema volendo verificarlo bisogna osservare se

$\frac{350}{4} \times \frac{162}{1} = \frac{56700}{4} = 14175$ (prod. de'term. estr.

$\frac{2944}{3} \times \frac{170100}{11776} = \frac{500774400}{25328} = 14175$ (prod. de'term. medi.

2.ª Classe

Regola di Società.

25) D. Quali problemi diconsi di Società ?

R. Quelli che ànno per oggetto di dividere un numero in parti che abbiano tra loro, una data ragione (1) o pure che tali parti sieno proporzionali ad altri numeri benanche dati.

26) D. Come si divide ?

R. In semplice e composta.

1.° *Semplice* qualora le somme che si contribuiscono da' socî, non ànno differenza di tempo.

2.° *Composta* se le somme contribuite da'detti socî ànno ineguale il tempo.

Semplice

Avvertim. H. I problemi a questa classe appartenenti si sciolgono con unire in una somma tutte le rate de' socî, ed indi stabilire la seguente proporzione; *la somma delle diverse rate, sta ad una di esse parti, come l' intero lucro al quarto proporzionale*, ed ecco che abbisogna stabilire tante proporzioni, quante sono le rate de' detti socî; e chiamando A, B, C, D, ec. le diverse rate de' detti socî, U' la loro somma, S' il lucro si à la seguente formola, $\frac{S' \times A}{U'} = x$ o porzione spettante ad A ec. e lo stesso si opererà per rinvenire la rata di ciascun socio.

(1) I negozianti ne fanno di questa regula grand'uso e da' stessi à ricevuta tal denominazione.

Problema I

Cinque negozianti cioè A, B, C, D, E àn costituito una banca di ducati $614\frac{7}{10}$ così ripartite le porzioni cioè

1.°	A, à posto ducati	$22\frac{1}{10}$
2.°	B	$47\frac{3}{4}$
3.°	C	$426\frac{1}{4}$
4.°	D	$103\frac{2}{5}$
5.°	E	$15\frac{1}{5}$
		$614\frac{7}{10}$

Avendola messa in commercio vi ci àn guadagnato ducati 186, or ciascun de' medesimi dimanda la porzione del guadagno che gli spetta, relativamente al capitale che à contribuito.

Soluz. L'intero lucro di ducati 186, si è ricavato dell'aggregato di tutte e cinque i capitali impiegati, e poichè conosciamo esser la ragion de' lucri, diretta di quella de'capitali; perciò la porzione di lucro spettante a ciascun socio si troverà come abbiam detto nel avvertimento H, cioè nel modo seguente

A, $614\frac{7}{10}$: $22\frac{1}{10}$ :: 186 : al guadagno del 1.°

B, $614\frac{7}{10}$: $47\frac{3}{4}$ :: 186 : . . . . . 2.°

C, $614\frac{7}{10}$: $426\frac{1}{4}$ :: 186 : . . . . . 3.°

D, $614\frac{7}{10}$: $103\frac{2}{5}$ :: 186 : . . . . . 4.°

E, $614\frac{7}{10}$: $15\frac{1}{5}$ :: 186 : . . . . . 5.°

e riducendo questi termini delle proporzioni a denominati, e risolvendole, si à pel

					Grana,	Cavalli
I.	61470 :	2210 ::	18600 :		668 ,	7 $\frac{10110}{61470}$
II.	61470 :	4775 ::	18600 :		1444 ,	8 $\frac{31440}{61470}$
III.	61470 :	42625 ::	18600 :		12897 ,	7 $\frac{33810}{61470}$
IV.	61470 :	10340 ::	18600 :		3128 ,	7 $\frac{28110}{61470}$
V.	61470 :	1520 ::	18600 :		459 ,	9 $\frac{19470}{61470}$
					186,00	» »

Problema II

I Signori, Giovanni, Oreste, Pilade, e Lucio, àn giocato al lotto tre numeri, e vi àn posto la somma di carlini 10, così ripartiti però; Giovanni grana 20, Oreste grana 12, Pilade grana 60, e Lucio grana 8, or essendo uscita l' estrazione àn preso il terno in ducati 1944; quindi ciascuno de' sopramentovati giocatori, dimanda la porzione ad esso spettante relativamente a ciò che à giocato.

Soluz. Conoscendosi che la vincita si è ricavata da tutte le monete de' quattro giocatori, e siccome è chiaro, che la vincita è in ragion diretta del danaro che si gioca, perciò la porzione spettante a cadauno, si avrà istituendo tante proporzioni, quanti sono stati i giocatori; al nostro proposito quattro, cioè

	Somma giocata		Porzione		Vincita		Vincita spettante
(1)	100	:	20	::	194400	:	38880
	100	:	12	::	194400	:	23328
	100	:	60	::	194400	:	116640
	100	:	8	::	194400	:	15552

Ed unendo in una somma i quattro quarti proporzionali si à 1944 ducati ch'è l'intera vincita ec.

Problema III

In un palazzo vi sono cinque condomini; avendo il primo l'imponibile di ducati 36, il secondo di 53, il terzo di 72, il quarto di 103, il quinto di 900 e perchè si sono spesi ducati $93\frac{2}{3}$ per accomodare i lastrici solari, e dovendosi detta spesa dividere in parti proporzionali relativamente agli imponibili; perciò ciascun condomino vuole conoscere la tangente ad esso spettante.

Soluz. Con un ragionamento quasi simile al precedente problema, si à

Som. degli imp.		Imp. di cias.		Int. spe.			
1164	:	36	::	$93\frac{2}{3}$:	alla parte spett. al I.	=	$2\frac{3132}{3492}$
1164	:	53	::	$93\frac{2}{3}$	al II.	=	$4\frac{925}{3492}$
1164	:	72	::	$93\frac{2}{3}$	al III.	=	$5\frac{2772}{3492}$
1164	:	103	::	$93\frac{2}{3}$	al IV.	=	$8\frac{1007}{3492}$
1164	:	900	::	$93\frac{2}{3}$	al V.	—	$72\frac{1476}{3492}$
							$93\frac{2}{3}$

(1) Son ridotti i termini a grana, per isfuggire le frazioni.

Composta.

Problema

Tre negozianti, A, B, C, àn fatto una banca da negozio; il primo vi à posto ducati 14 per 5 mesi, il secondo ducati 190 per 3 mesi, il terzo ducati 72 per 18 mesi; or vi àn guadagnato ducati 200; ciascuno dimanda la sua porzione di lucro relativa al capitale impiegato, ed al tempo che à tenuto lo stesso.

Soluz. In questo problema il lucro spettante a ciascun socio, è proporzionale al prodotto del suo capitale pel tempo che lo à tenuto in negozio, cioè qualora son varî i capitali ed i tempi, i lucri esser deggiono in ragion composta dalla diretta sì de' capitali che de' tempi; ed ecco che abbisogna moltiplicare ciascun capitale pel tempo che'l medesimo è stato impiegato, e formare di tutt' i prodotti una sola somma cioè

$$\left.\begin{array}{l} A = 14 \times 5 = 70 \\ B = 190 \times 3 = 570 \\ C = 72 \times 18 = 1296 \end{array}\right\} = 1936$$

Ciò fatto si operi come ne' problemi precedenti, e si à

$$1936 : 70 :: 200 : x, \text{ ed } x = 723, 1\tfrac{576}{1936}$$

$$1936 : 570 :: 200 : x, \quad x = 5888, 4\tfrac{576}{1936}$$

$$1936 : 1296 :: 200 : x, \quad x = 13388, 4\tfrac{576}{1936}$$

$$20000, » »$$

Cioè 20,000 grana = 200 ducati

Nell' esposto problema se invece de' 200 ducati di lucro, fossero stato gli stessi di perdita, in questo caso le diverse porzioni a ciascun negoziante spettate per aumento, sarebbongli state di diminuzione.

Avvertim. I. Volendo verificare se un problema di questa classe ben si è risoluto, non si deve far altro che osservare se la somma di tutt'i quarti proporzionali, è uguale al numero che nel problema si è dimandato dividere, in parti proporzionali relativamente ad altri numeri.

3.ª Classe

Regola di Alligazione o Legamento (1).

27) D. Quali problemi diconsi di questa regula?
R. Quelli che ànno per oggetto di trovare il valore medio di più cose della medesima specie, ma di prezzi differenti.

Avvertim. L. Per ben riescire nello scioglimento de' problemi a questa regula appartenenti, abbisogna ben comprendere, che l' enunciazione del problema ci conduce a rinvenire p.es. di un dato vino di due qualità cioè di carlini 19 e 10 il barile, un altro di carlini 14; perciò se le differenze del prezzo medio da' prezzi della data specie fossero uguali, in tal caso chiaro si vedrebbe che la unità o la cosa che addimandasi, do-

(1) Questa regula si distingue da qualche autore d'aritmetica, in semplice e composta, semplice qualora le sostanze miscibili son due, composta se le dette son più di due p. es. il prob. 1. é semplice il 2. composta ec. secondo questi.

vrebbe esser composta metà di ciascuna, cioè massima e minima; ma essendo poi dette differenze disuguali, è manifesto che la porzione della sostanza p.es. migliore, esser dee tanto più grande della porzione della sostanza inferiore, quanto la differenza del prezzo di quello del medio è minore della differenza del prezzo di questo, dall' istesso medio; ed al contrario tanto più piccola, quanto l' anzidetta differenza prima è maggiore della differenza seconda. *Quindi le porzioni che ànno da comporre il tutto che si dimanda, esser debbono in ragion reciproca delle dette differenze.*

Problema I

Sig. Gennaro deve comprare un barile di vino con carlini 22, ma il cantiniere inopportunamente ne à solamente di quello di 30, e 15 carlini il barile, ed essendo contento detto sig. Gennaro aver il suo barile di carlini 22, mischiato porzione di quello di 30, ed altra di 15, si dimanda quanto ve ne debba entrare della qualità di 30, e quanto di 15.

Soluz. Per ciò che si è detto nell'avvertimento L, si scrivono le due qualità che sono presso il cantiniere come si vede quì di lato, indi si trovi la

{ 30 .. { . 7 differenza tra 'l prezzo maggiore 30 e 'l
{ 15 .. { . 8 medio 22 ch'è 8 e detto, si scrive al

lato del prezzo minimo; poi si rinviene la differenza tra 'l detto medio 22 e 'l minimo 15 ch' è 7, e questa si scrive al lato del prezzo maggiore 30; ecco dunque che la qualità del miglior vino esser deve a quella dell'inferiore come 7 a 8, e perciò è chiaro che se il tut-

to, che nel presente caso è un barile, si concepisce diviso in 15 parti eguali, quante appunto ne indica la somma di tali differenze; di queste parti $\frac{8}{15}$ esser dovranno del vino peggiore e $\frac{7}{15}$ del migliore. Che poi il dimandato barile effettivamente esser dee composto delle indicate porzioni, si potrà comprovare, osservando se i prezzi di $\frac{8}{15}$ del peggiore e $\frac{7}{15}$ del migliore, uniti, formano carlini 22. E ciò si ottiene con istabilire le seguenti proporzioni, cioè se un barile del miglior vino costa 30 carlini, $\frac{7}{15}$ che darà? Se un barile dell'inferior vino costa carlini 15; $\frac{8}{15}$; che darà? eccole

$$1 : 30 :: \frac{7}{15} : \frac{210}{15} = 14$$

$$1 : 15 :: \frac{8}{15} : \frac{120}{15} = 8$$

22 ec. ec.

Avvertim. M. Quando le sostanze da mescolarsi son più di due (come si osserverà nel problema quì appresso) in tal caso bisogna prendere ad arbitrio una di esse, paragonare il prezzo medio costantemente col prezzo di questa, e con quelli di tutte le altre, indi notare le differenze, e formare le solite frazioni, e perchè il prezzo di ognuna delle date sostanze si può paragonare col medio, e con quelli delle rimanenti, perciò ne segue che qualora le sostanze miscibili son molte, questi problemi possono avere diverse soluzioni; bisogna badare però che se mai stabilito già per fisso il prezzo di una delle date sostanze, il quale sia maggiore o minore del medio, talvolta accade che 'l prezzo

di qualcuna delle altre siasi benanche maggiore o minore, val quanto dire, tutto al contrario di quello che dovrebbe accadere, perciò la differenza di questo sul medio si noti col segno —, giusto per dinotare che non si dee addizionare ma sottrarre dall' altra.

Problema II

Si desidera una libbra di metallo per gr. 38; ma misto di piombo che costa gr. 29, di rame che costa gr. 52, e di stagno gr. 43; or si brama conoscere che quantità di rame, di piombo, e di stagno vi debba entrare, per formare la dimandata libbra.

Soluz. I.° Per ciò che si è detto nel precedente avvertimento, si prenda il 29 per prezzo fisso da paragonarsi col medio e con ciascun degli altri dati, cioè si trovi la differenza tra 29 e 38 ch'è 9, e si scriva al lato del 52; trovata la differenza tra 38 e 52 ch'è 14, si scriva al lato del 29; indi la stessa differenza 9, tra 29 e 38 si noti al lato del 43, e quella fra 38 e 43 ch'è 5 si noti al lato del 29. Finalmente, rinvenuta la somma di tutte queste differenze, si costituiscono le frazioni come nel precedente problema: cioè

	Prezzi dati	Differenze	Frazioni
	52	. . . 9	$\frac{9}{37}$
Prezzo medio 38	43	. . . 9	$\frac{9}{37}$
	29	. . . 14 + 5	$\frac{19}{37}$

Somma delle differenze 37

Ed ecco che in ogni libbra del metallo addimandato vi dovrà entrare $\frac{9}{37}$ di rame $\frac{9}{37}$ di stagno e $\frac{19}{37}$ di piombo; e volendo verificarlo si opererà come nel precedente problema: p. es.

Grana

$$1 : 52 :: \frac{9}{37} : x \,,\; x = \frac{468}{37} = 12\,\frac{24}{37}$$

$$1 : 43 :: \frac{9}{37} : y \,,\; y = \frac{387}{37} = 10\,\frac{17}{37}$$

$$1 : 29 :: \frac{19}{37} : z \,,\; z = \frac{351}{37} = 14\,\frac{33}{37}$$

$$38 \;»$$

II.° Se poi si prenda il 52 per prezzo fisso da paragonarsi col medio, e con tutti gli altri, la differenza 14 (tra 52 e 38) si noti al lato del 29, la differenza 9 (di 38 e 29) al lato del 52, la differenza 14 (di 52 e 38) al lato del 43, e perchè 38 non è intermedio tra 52 e 43 ma minore di ambedue, e non si può per conseguenza togliere il 43 dal 38, si prenda la differenza del 43 sul 38 ch' è 5 ma si noti al lato del 52 col segno — per dinotare che dee sottrarsi dal 9, cioè vi rimarrà 4; ed eccone l' esecuzione

	Prezzi	Differenze	Frazioni
	52	. 9 — 5 = 4	$\frac{4}{32} = \frac{2}{16}$
Prezzo medio 38	43	. 14	$\frac{14}{32} = \frac{7}{16}$
	29	. 14	$\frac{14}{32} = \frac{7}{16}$
		32	

$$1 : 52 :: \tfrac{2}{16} : x,\ x = \tfrac{104}{16} = 6\tfrac{8}{16}$$

$$1 : 43 :: \tfrac{7}{16} : y,\ y = \tfrac{301}{16} = 18\tfrac{13}{16}$$

$$1 : 29 :: \tfrac{7}{16} : z,\ z = \tfrac{203}{16} = 12\tfrac{11}{16}$$

$$\overline{38}$$

Ed ecco che la detta libbra può esser formata benanche da $\frac{2}{16}$ di rame, $\frac{7}{16}$ di stagno, e $\frac{7}{16}$ di piombo.

III.° Finalmente volendo prendere il 43 per prezzo fisso da paragonarsi col medio e con gli altri dati, operando come ne' casi precedenti, si ritrova che la porzione dello stagno come negativa, invece di aggiungersi si dee togliere dalla intera somma; e non potendosi eseguire una tal combinazione l'esposto problema si può risolvere solamente, come ne' due casi precedenti.

4.ª Classe

Regola di Falsa Posizione.

28) D. Quali problemi diconsi di questa classe?

R. Que' problemi in cui divider si debba un dato numero in parti che abbian tra di loro alcune determinate ragioni, ma vi manca però qualche termine per poterle ridurre alla regola generale di proporzione.

Siccome il detto termine può idearsi a volontà, così quasi sempre è falso, quantunque ci conduca a rinvenire quello che si cerca.

Gli Arabi inventori della stessa gli dettero la denominazione *cattaino*, che val quanto dire di falsa posizione.

Avvertimento Generale.

1.° Per la risoluzione de' problemi attinenti a questa classe, si prenda un numero a piacimento, e questo sarà la prima posizione (od ipotesi), e se lo stesso soddisfa a tutte le condizioni del problema, sarà il richiesto; in caso che non soddisfacesse se ne noteranno gli errori; indi si prenda un altro numero, e si osservi se questo soddisfa alle condizioni del problema, in caso negativo, se ne segneranno benanche gli errori, *questi errori poi se saranno amendue in più od in meno dal numero di ciascuna posizione si diranno simili; dissimili poi se uno è in più, e l' altro in meno.* Di questi errori poi se ne prenda la differenza se son simili, e la somma se son dissimili. Finalmente si faccia, *come sta questa differenza o somma degli errori, alla differenza delle due posizioni, così uno degli errori al quarto proporzionale*, il quale aggiunto a quella posizione da cui è derivato l'errore che fa le veci di terzo termine nella proporzione, se mai è stato in meno, o pure tolto dal medesimo s'è stato in più; darà il vero numero addimandato.

2.° Vi è benanche un altro metodo per risolvere detti problemi, ed è il seguente. Rinvenuti che sono gli errori, si moltiplichi l' errore secondo per la posizione prima, e l' errore primo per la posizione seconda, indi se gli errori sono simili si divida la differenza di questi prodotti per la differenza degli errori; se poi son dissimili si divida la somma de' detti prodotti per la somma degli errori, ed il quoziente sarà il dimandato numero; in questo caso essendo poi gli errori benanche uguali, il numero che si dimanda, è sempre la metà della somma delle due posizioni; la ragione è manife-

sta, dacchè essendo gli errori uguali e di segno contrario, è chiaro che la quantità cercata differisce ugualmente dalle due posizioni, e quindi si ottiene con prendere la metà della loro somma.

3.° Per rendere molto facile lo scioglimento di questi problemi, bisogna assumere delle posizioni che siano le più piccole possibili, e non molto differenti tra di loro.

4.° Questa regula si distingue da qualche autore d'Aritmetica, in semplice e doppia. Semplice qualora con una sola posizione si giunge a risolvere il problema, com'è il seguente: dappoichè stabilita la ipotesi 15, si può fare se 15 à prodotto 8, 64 che produrrà, cioè $15 : 8 :: x : 64$, $x = 120$. Doppia qualora per risolvere il problemo fa duopo di due posizioni. Ma noi scioglieremo i problemi appartenenti alla regola di falsa posizione, con la doppia, giacchè è generale una tale soluzione, e risolve sì i problemi di falsa posizione semplice, quando di doppia.

Problema I

Un Generale d'armata, dovendosi portare in un estero paese, si fece una quinta parte del viaggio a piedi, una terza a cavallo, e queste due parti sommate fanno miglia 64; or si dimanda conoscere di quante miglia sia stato composto l'intero viaggio, e quindi quale il numero di quelle fatte a piedi, e quale il numero di quelle fatte a cavallo.

Soluz. Il numero mancante è appunto quello delle miglia constituenti l'intero viaggio, or si supponga tutto il viaggio di 15 miglia, e poichè di 15 la quinta parte è 3, e la terza è 5, perciò altrettante sareb-

bero state le miglia fatte a piedi ed a cavallo, e per conseguenza la lor somma sarebbe di 8, ma doveva secondo l' enunciazione del problema essere di 64, perciò si è errato in — 56. Si supponga ora che l'intero viaggio sia stato di 30 miglia e poichè il quinto è 6, ed il terzo è 10 che sommati fanno 16 e non 64; perciò si è errato benanche in — 48 : or essendo gli errori simili si stabilisca la seguente proporzione

Diff. degli Errori — Diff. Posiz. — Uno errore

$$8 : 15 :: 56 : x, \; x = 105$$

il quale aggiunto alla posizione 15 da cui l' errore 56 è derivato si à 120, ed infatti il quinto è 24, il terzo è 40 che sommate fanno 64 ec.

Se invece di prendere 56 si fosse prese il 48, si avrebbe dovuto fare.

$$8 : 15 :: 48 : x, \; x = 90$$ ed aggiunto a questo la posizione 30, da cui l' errore è derivato, si avrebbe avuto parimente 120.

E volendo lo stesso problema risolverlo col secondo metodo si à

Diff. 1.ª Posiz. 1.ª — Diff. 2.ª Posiz. 1.ª

$$56 \times 30 \quad e \quad 48 \times 15,$$ si à $1680 - 720 = 960$ e diviso per 8 avremo 120.

Dim. Che l' effettivo viaggio sia stato di 120 miglia è chiaro, dacchè osservando che la quinta parte fatta a piedi è 24, la terza fatta a cavallo è 40, queste sommate fanno 64. Nel prendere ad arbitrio due grandezze le quali amendue manchino o eccedano dalle date condizioni; sarà la differenza de' loro errori, ossia delle quantità per cui da quelle mancano o eccedono, proporzionale alla differenza delle medesime grandezze, e se poi di queste una manca, e l' altra eccede dalle ricercate condizioni, sarà la somma de' loro errori, pro-

porzionale alla differenza di esse grandezze. Se si suppone che una di queste, sia la dimandata vera grandezza, sì la somma che la differenza de' loro errori, si ridurrà al solo errore della ideata grandezza, e la differenza delle dette posizioni, si ridurrà alla differenza di una di esse dalla vera grandezza; indi sarà la somma o la differenza de' loro errori, alla differenza delle grandezze, come l' errore di una di esse, alla differenza di questa medesima dalla vera grandezza; perciò è chiaro che per risolvere detti problemi è uopo prendere due grandezze ad arbitrio, cioè si formano due posizioni, e si farà la differenza degli errori (se son simili) o somma (se dissimili) sta alla differenza delle posizioni, così uno degli errori, al quarto proporzionale ect.

Problema II

Dimandato il direttore d' un Collegio quanti fossero i convittori; rispose in questo modo; un mezzo dell' intero numero son maestrini, due settimi alunni, e 21 principianti; si cerca conoscere qual sia il numero effettivo de' convittori.

Soluz. Si supponga che il dimandato numero sia 112, e poichè la metà è 56, due settimi son 32 che sommati fanno 88; ed i principianti non sarebbero 21 ma 24, ed ecco che si è errato in $+3$. Si supponga di nuovo che i detti convittori siano 42, la metà è 21 i due settimi son 12 che sommati fanno 33 e diuniti il 21, si avrebbe 54; dunque si è errato in -12, or essendo gli errori dissimili, si fa

Som. degli errori		Diff. Posiz.		Un errore
15	:	70	::	$3 : x$, $x = 14$ ed

essendo stato l'errore in più, il 14 si deve sottrarre dal 112 e si à 98; infatti la metà è 49; i due settimi son 28, ed a questi aggiunti il numero de' principianti ch'è 21 si à 98.

E volendo risolvere questo problema col secondo metodo, si à

1. Posiz. 2. Errore 2. Posiz. 1. Errore Som. degli er.
$112 \times 12 + 42 \times 3 = 1470$ e diviso per 15 dà 98.

Problema III

Un padre di famiglia à tre figli maschi de' quali addizionatene l' età, si à il numero di anni 60, però l' età del secondo è doppia di quella del terzo con 4 anni dippiù, e l' età del primo è uguale a quella del secondo e terzo con 6 di più; or si dimanda qual sia l' età di ciascuno de' detti signori.

Soluz. Si supponga esser l'età del terzo genito di un anno, sarà quella del secondo di 6 e quella del primo 13, e queste sommate danno 20, perciò si è errato in — 40. Si supponga secondariamente che l' età del terzo sia di anni 2, sarà quella del secondo di 8, e quella del primo 16, ed addizionate si à 26, ed ecco che si è errato in — 34 Or essendo gli errori simili si à

Diff. errori Diff. posiz. Errore.
$6 : 1 :: 40 : x$, ed $x = 6\frac{2}{3}$ ed aggiunto a questo la posizione da cui deriva l'errore cioè 1 si à $7\frac{2}{3}$ ch'è l'età del terzo genito, e perciò quella del secondo è di anni $19\frac{1}{3}$ e quella del primo di anni 33, ed addizionate si ànno 60 anni. Col secondo metodo si à

$40 \times 2 = 80$, $34 \times 1 = 34$

$80 - 34 = 46$ e diviso per 6 dà $7\frac{2}{3}$.

Problema IV

Vi è una eredità di ducati 3243, la quale si deve ripartire a tre eredi nel seguente modo. Cioè che il secondo abbia $\frac{2}{5}$ del primo, ed il terzo $\frac{7}{8}$ del secondo; si dimanda la porzione spettante a ciascuno.

Soluz. Supponendo la porzione del 1.° di 1000 ducati, sarà quella del 2.° di ducati 400, e l'altra del terzo di ducati 350, ed unite queste porzioni si à la somma in ducati 1750, ma dovevano formare ducati 3243 perciò si è errato in —1493. Supponendo in secondo luogo che la porzione del 1.° fosse di ducati 2000, quella del secondo sarebbe di ducati 800 e l'altra del terzo di ducati 700, ed addizionate formano ducati 3500, perciò si è errato in + 257; ed operando come per i problemi a questa classe appartenenti, si à

Som. degli errori		Dif. Posiz.		2.° Errore.		
1750	:	1000	::	257	: x,	$x = 146\frac{6}{7}$

e sottratto questo termine dalla posizione da cui è derivato l'errore, se ne ricava la porzione spettante al

1.° in ducati	1853, $14\frac{2}{7}$
E secondo l'enunciato del problema, la porzione del 2.° è in ducati	741, $25\frac{5}{7}$
E quella del terzo in ducati	648, 60
	3243, »»

RIFLESSIONI
sull' applicazione dell' Aritmetica
ALLA BANCA ED AL COMMERCIO

Dall' esservi diversi trattati d' Aritmetica, con un gran numero di regole e formule, destinati per i Banchieri e Negozianti, si crederebbe che un' aritmetica particolarmente vi fosse per tali professioni; mentre una è la scienza, e tutta la difficultà dell' applicazione delle regole ordinarie non riposa, che sulla intelligenza de' termini tecnici introdotti dall' uso, e come dottamente dice il Lacroix, il più delle volte senza una assoluta necessità; perciò quando tali termini sono spiegati bene, qualunque persona che conosce l' Aritmetica, renderà sempre in numeri la risposta analoga ai diversi quesiti che gli si potranno proporre relativi ad una tale scienza. Noi brevemente parleremo delle principali operazioni di cui queste professioni fanno uso.

1.° *Lo sconto.* Questa regola si eseguisce come quella che da noi si è esposta 1.a Classe, problema 1.° ma bisogna avvertire che generalmente il frutto od interesse, si suole prelevare dall' intera somma, come se fosse questa medesima somma che si pagasse anticipatamente; in questo caso lo sconto dicesi essersi preso al di dentro della somma portata sulla cambiale: al contrario sarebbe stato al di fuori. Per es. Un mercante à promesso pagare 800 ducati dopo il periodo d' un anno, ma non potendo il creditore attendere questo termine, la sua cambiale vien passata ad un Banchiere otto mesi avanti l' epoca del pagamento. Si dimanda quanto deve sborsare detto banchiere? Dovendo questo pagare una somma la quale non la riceverà che dopo il periodo di otto mesi, ragion vuole che gli si dia l' interesse al suo danaro; e sia questo del 6 per $\frac{0}{0}$ l' anno; perciò l' interesse per gli otto mesi sarà $\frac{8}{12}$ ovvero $\frac{2}{3}$; dunque una somma di 100 ducati prestata per otto mesi dee produrre 4 ducati d' interesse, e quella di 800 ducati anche per otto mesi, 32 ducati; ed ecco che se il detto Banchiere sborsa 768 ducati, avendo la cambiale per 800, si dirà che lo sconto si è preso al di dentro. Nel caso poi che si oltrepassasse l' anno bisognerebbe impiegare le formule relative all' interesse composto, che vengono trattate nell' Algebra, o pure operare come qui appresso.

2.° *Il Cambio.* L' oggetto di questa regola si è, di rinvenire ciò che una somma pagabile in una piazza di commercio vale in un' altra, tanto per rapporto alle due somme risguardate come equivalenti nella moneta di queste piazze, quanto per una serie di rapporti formati da somme equivalenti prese in monete di diverse piazze comunicanti tra di loro. Ed il cambio serve per evitare il trasporto del contante, compensando i debiti scambievoli che contraggonsi tra negozianti di diversi paesi. Questa regola del cambio è facile ad eseguirsi, dappoichè esistendovi delle tavole

comparative di monete, pesi e misure de' diversi Stati, relativi al sistema metrico, (*Annuaire du Bureau des Longitudes de France*) si rende cosa agevolissima il voler convertire una somma di moneta d'un paese, in quella d'un altro. P. e. 1.° dal confronto eseguito in Francia tra il franco, e la lira tornese, n' è risultato essere tra di loro come 81 a 80: quindi per convertire una somma di lire tornesi in franchi, bisogna prenderne $\frac{80}{81}$ ovvero moltiplicarla per 0, 98765; al contrario poi, volendo valutare una somma di franchi in lire tornesi, bisogna prenderne $\frac{81}{80}$ ovvero moltiplicarla per 1, 0125. 2.° Il seguente esempio benchè fittizio, pur tuttavolta è necessario, onde porre in istato d'applicare il metodo, a qualunque caso che si potesse mai presentare, e dare un'idea più generale della regula congiunta. Supponendo p. e. che 3 lire di Francia equivalgono a 32 denari sterlini d'Inghilterra; che 240 denari sterlini, equivalgono a 408 denari di grosso d'Olanda; che 50 denari di grosso d'Olanda pareggiano a 190 maravedis di Spagna. Si domanda quanti maravedis fanno 90 lire di Francia?

R. 1.° Poichè tre lire di Francia fanno 32 denari sterlini, la lira è $\frac{32}{3}$ di denaro sterlino.

II.° Ugualmente dall'essere 240 denari sterlini equivalenti a 408 denari di grosso, ne viene che 'l denaro sterlino è i $\frac{408}{240}$ di denaro grosso.

III.° Poichè 50 denari di grosso pareggiono 190 maravedis, il denaro di grosso è i $\frac{190}{50}$ di maravedis. Quindi si converlirà la lira di Francia in maravedis, prendendo i $\frac{32}{3}$ di $\frac{408}{240}$ de' $\frac{190}{50}$ cioè $\frac{32.\ 408.\ 190.}{3.\ 240.\ 50.}$, e si avrà il rapporto della lira al maravedis, e moltiplicato questo rapporto per 90, si otterrà il valore di 90 lire francesi convertite in maravedis, cioè $\frac{90.\ 32.\ 408.\ 190}{3.\ 240.\ 50}$, ed avendo de' fattori comuni, i termini di questa espressione frazionaria, così la stessa è capace di essere rappresentata da una espressione più semplice, cioè $\frac{9\ .\ 32\ .\ 408\ .\ 19}{3\ .\ 24\ \ 5\ .} = \frac{9\ .\ 4\ .\ 408\ .\ 19}{3\ .\ 3\ .\ 5} = \frac{4\ .\ 408\ .\ 19}{5} = 6201\frac{3}{5}$. Ed ecco che 90 lire di Francia equivalgono a 6201 $\frac{3}{5}$ maravedis di Spagna.

Dai fogli pubblici poi si possono rilevare i rapporti delle monete tra di loro, dacchè esse variano secondo le circostanze, ma tali cangiamenti non alterano l'operazione della regola esposta, detta congiunta

3.° Relativamente al dividere in parti proporzionali i guadagni (1) o le perdite resultanti da un'associazione, nella seconda classe de' problemi da noi esposta, si trova quanto si richiede onde risolvere un tale quesito. Le gabelle, le tasse ecc.; ànno de' rapporti con i valori delle mercanzie, cioè sono stabilite sull'unità, tanto di peso che di volume, e possonsi rinvenire o per mezzo delle frazioni o delle proporzioni.

---

(1) *Nel commercio il fondo totale che risulta da diverse rate, vien chiamato* Capitale, *ed il guadagno da ripartirsi*, Dividenda.

4.° *Regola dell' interesse composto, e d' interesse a scalare.*

Questa regula à per iscopo 1. O di risolvere que' problemi ne' quali si vuole determinare il tempo che dee decorrere, affinchè pagandosi eguali somme dopo eguali intervalli di tempo, si possa estinguere un dato debito con gl' interessi relativi allo stesso.

2. O pure di risolvere quelle quistioni, nelle quali vien proposto di determinare la somma, che dopo un dato periodo dee pagarsi da una persona, la quale avendo preso ad imprestito un capitale colla condizione di pagarvi l' interesse in una data ragione, voglia sapere solamente a che ascenderebbe il suo debito, alla fine d' un periodo di tempo determinato, accumulando gl' interessi degl' interessi al capitale. I due seguenti problemi, uno relativo al primo caso, l' altro al secondo, renderanno molto facile in generale, la soluzione de' medesimi.

Problema I.

Giovanni riceve da Antonio, la somma di ducati 1350, con la condizione di pagarvi alla fine di ogni anno l' interesse del 6 per $\frac{0}{0}$ Giovanni vuole estinguere il suo debito pagando ad Antonio la somma di ducati 320 alla fine di ciascun anno. Si dimandi quanti anni avrà dopo detto Giovanni onde estinguere il suo debito, con l' interesse convenuto; e quanto dovrà dare ad Antonio nell' ultimo anno.

Soluz. Poichè il capitale di 100 ducati dà 6 ducati di rendita annua; starà 100 : 1350 : : 6 : 81 ducati d' interesse che Giovanni dovrà pagare ad Antonio alla fine del primo anno; ma Giovanni gli paga la somma di ducati 320, perciò il capitale resta alla fine del 1. anno in duc. 1111, E disposte le proporzioni come qui appresso, si rinviene che dopo cinque anni, Giovanni dovrà dare ad Antonio ducati 304, 45 $\frac{24}{25}$ ed estinguerà perfettamente il suo debito.

$$100 : 1350 \quad : : 6 : 81, \quad e\ 1431 \quad - 320 = 1111$$
$$100 : 1111 \quad : : 6 : 66,66,\tfrac{24}{25}, e\ 1117,66\ \tfrac{24}{25} - 320 = 857,66\ \tfrac{24}{25}$$
$$100 : 857,66 \quad : : 6 : 51,45\ \tfrac{24}{25}, e\ 909,11\ \tfrac{24}{25} - 320 = 589,11\ \tfrac{24}{25}$$
$$100 : 589,11\ \tfrac{24}{25} : : 6 : 35,34,\tfrac{897}{1250} e\ 624,46\ \tfrac{887}{1250} - 320 = 304,46 \text{ ec.}$$

E mettendo il capitale = C
la ragione . . . . = R
la somma costante che annualmente si paga = S

e ciascuno de' risultanti capitali uguale alle lettere A', B', C', ec. avremo la seguente formola, cioè

$$\left(C+\frac{C.r}{100}\right) - S = A',$$ cioè al capitale che risulterà dopo il primo anno.

$$\left(A'+\frac{A'.r}{100}\right) - S = B',$$ cioè al capitale che risulterà dopo il secondo anno ec. ed applicando questa formula al problema precedente, abbiamo

$$\left(1350+\frac{1350.6}{100}\right) - 320 = 1111.$$

$$\left(1111+\frac{1111.6}{100}\right) - 320 = 857,66 \text{ ec.}$$

Problema II.

Niccola prende da Giovanni ducati 600 al 6 per $\frac{0}{0}$ l'anno; dopo quattro anni di che somma sarà creditore Giovanni?

Soluz. Dopo un anno il capitale di 600 ducati verrà di 636, e ciò si ottiene dalla proporzione 100 : 106 : : 600 : x, cioè $\frac{106}{100}$ di 600 ovvero $\frac{53}{50}$ di 600; nello stesso modo il capitale di 600 ducati dopo due anni varrà il quarto termine della proporzione 100 : 106 : : $\frac{53}{50}$ di 600 : x ch'è $\frac{106}{100}$ di $\frac{53}{50}$ di 600 ossia $\frac{53}{50}$ di $\frac{53}{50}$ di 600, e così di seguito: quindi il capitale di ducati 600 al 6 per $\frac{0}{0}$ aggiungendovi ogni anno l'interesse corrispondente, dopo il periodo di quattro anni, varrà il prodotto di 600 moltiplicato quattro volte di seguito per $\frac{53}{50}$; ed eccone l'esecuzione.

anno 1.° $\frac{600}{1} \cdot \frac{53}{50} = \frac{31800}{50}$

» 2.° $\frac{31800}{50} \cdot \frac{53}{50} = \frac{1685400}{2500}$

» 3.° $\frac{1685400}{2500} \cdot \frac{53}{50} = \frac{89326200}{125000}$

» 4.° $\frac{89326200}{125000} \cdot \frac{53}{50} = \frac{4734288600}{6250000} = 757\frac{50386}{62500} = 757{,}806t$

Da ciò che abbiam dimostrato, ne possiamo dedurre la regola generale, che per conoscere quel che addiviene dopo un certo numero di anni un capitale, cui ogni anno si aggiunge l'interesse convenuto; *fa duopo moltiplicare il proposto capitale tante volte di seguito, quanti sono gli anni in cui s'impiega, per* la frazione apuria in cui il numeratore è 100 più l'interesse di 100, e 'l denominatore 100, e per esattezza dell'operazione, risolvendo la risultante espressione frazionaria, e dando la stessa anche frazione vera, farà duopo questa trasformarla in decimale.

Qui benanche possiamo stabilire la seguente formula, cioè

$C \cdot \left(\frac{100+r}{100}\right) = A'$, cioè al capitale che risulterà dopo il primo anno.

$A' \cdot \left(\frac{100+r}{100}\right) = B'$, cioè al capitale che risulterà dopo il secondo anno,

ed applicandovi a questa formola il precedente problema, abbiamo

$600 \cdot \left(\frac{100+6}{100}\right)$ cioè $600 \cdot \frac{53}{50}$, $= 636$ uguale al capitale che risulterà dopo il primo anno.

$636 \cdot \frac{53}{50} = 674{,}16$, uguale al capitale che risulterà dopo il secondo anno, e così di seguito.

INDICE.

Prefazione. . . . . *pag.* 1
Contenuto del presente libro. 7
Introduzione allo studio delle matematiche. 9
Nozioni preliminari 11
1) *Dimanda.* Che cosa è Aritmetica? ivi
2) *D.* Che cosa è numero?
3) *D.* Che s'intende per unità?
4) *D.* Come dividesi il numero?
5) *D.* Quali si dicono numeri omogenei, e quali eterogenei?
Definizioni. 12
1) *D.* Che s'intende per definizione?
2) *D.* E per proposizione?
3) *D.* Che s'intende per teorema?
4) *D.* E per problema?
5) *D.* E per lemma?
6) *D.* E per corollario?
7) *D.* Che s'intende per scolio?
8) *D.* Che s'intende per ipotesi?
9) *D.* E per assioma?
Segni convenzionali matematici. 14

PRIMA TEORICA

De' numeri interi astratti . . 15

1) *D.* Quali si dicono numeri interi?
2) *D.* Riguardo a quel ch'esprimono, come si distinguono le cifre arabe o numeri?
3) *D.* Da quale nazione ci sono pervenuti questi numeri?
4) *D.* A che serve lo zero? . 16
5) *D.* Dimostrate come si possono scrivere tutt'i numeri composti? ivi
Scolio A. 17
Corollario A ivi
6) *D.* Quale regola assegnano gli aritmetici per leggere un aggregato di cifre arabe? . . 18
7) *D.* Di quali caratteri si servirono gli antichi, per esprimere i numeri? ivi
Delle quattro operazioni degli interi 22
8) *D.* Che cosa è l'addizione?
9) *D.* Che cosa è la sottrazione?
10) *D.* Che cosa è la multiplicazione?
11) *D.* Che cosa è la divisione?
Scolio B. 23
Problema I.
Dati più interi astratti, rinvenirne la somma. 23
Problema II.
Dati più numeri omogenei disuguali, sottrarre dal maggiore il minore. 24
Problema III.
Dati più numeri interi, moltiplicarli tra di loro . . . 26
Avvert. A.
12) *D.* Perchè dopo aver moltiplicato il primo numero del moltiplicatore, per tutte le cifre del moltiplicando, quando siamo al secondo ci prendiamo un luogo di più alla sinistra del prodotto parziale già scritto, cioè scriviamo l'unità sotto le decine ec.? 28
Avvert. A'. 30
Avvert. B. ivi
Problema IV. 31

Dati due numeri interi astratti, dividere il maggiore pel minore 31
Avvert. C. 33
13) *D.* Perchè la divisione dalla sinistra s' incomincia, e si va alla dritta 34
Verificazioni delle quattro operazioni. 35
Problema V.
Esaminare se nell'addizionare più numeri interi astratti, si sia commesso errore ivi
Problema VI.
Esaminare se nel sottrarre i detti interi, si sia commesso errore 36
Problema VII.
Esaminare se nel moltiplicare i detti interi, siasi commesso errore. 37
Problema VIII.
Esaminare se nel dividere le dette cifre astratte intere, si sia commesso errore alcuno 38
Avvert. D 39

SECONDA TEORICA

De' numeri interi concreti, ossia denominati 41

1) *D.* Quali si dicono numeri denominati?
Avvert. A. . . . . . -
Quadro A. Monete . . . 42
Quadro B. Pesi 43
Quadro C. Misure . . . 46
Avvert. B 48
Addizione ivi
2) *D.* Come si esegue l' addizione de' numeri denominati . ivi
Scolio A. 49
Avvert. C. 50
Sottrazione. ivi
3) *D.* Come si esegue la sottrazione?
Avvert. D. 51
Avvert. E. ivi
Moltiplica
4) Come si esegue la moltiplica di un numero intero per un altro denominato?
Divisione. 52
5) *D.* Come si opera per dividere un numero denominato, per un intero astratto. . . . ivi
Avvert. F. 53
Scolio B. ivi
Avvert. G. ivi

TERZA TEORICA

Delle frazioni 53

1) *D.* Che cosa è frazione?
2) *D.* Per esprimere una frazione quanti numeri vi abbisognano?
3) *D.* Quale dicesi frazione di frazione? 56
4) *D.* Donde nasce la frazione?
5) *D.* Il numeratore di una frazione ed il denominatore della stessa, a chi corrispondono rispettivamente? . . 56
6) *D.* Il numeratore che cosa fa nella frazione? . . . .
7) *D.* E 'l denominatore? . .
8) *D.* Quale dicesi rotto vero, e quale spurio? . . . .
9) *D.* Si altera il valore di una data frazione con moltiplicare o dividere per un medesimo numero, i termini della stessa? 57
10) *D.* Come si riducono le frazioni di differenti denominatori ai medesimi, senza però alterarne il valore? . ivi
Avvert. A. 58
11) *D.* Quando due o più frazioni diconsi uguali . . . ivi
12) *D.* Come si trova il massimo comun divisore tra due numeri dati? 59
Avvert. B. 60
Corollario A. . . . . . .
13) *D.* Come si riduce una frazione a minimi termini? . ivi
Avvert. C. ivi
14) *D.* Come si riduce un intero in espressione frazionaria senza alterarne il valore? . 61
15) *D.* Come riducesi una frazione di frazione, a frazione semplice dello stesso valore? . 62

Corollario B. 63
Scolio A. ivi
Delle quattro operazioni delle frazioni.
16) *D.* Come si addizionano le frazioni? 65
17) *D.* Come si sottraggono le frazioni? 66
18) *D.* Come si moltiplicano le frazioni? 67
19) *D.* Perchè nel moltiplicare le frazioni il prodotto di esse viene ad essere minore di ciascun fattore? ivi
Corollario C. . . . . . .
20) *D.* Come si dividono le frazioni? 68
21) *D.* E se le frazioni che si àn da dividere ànno gli stessi denominatori, per risparmiar tempo che àssi a fare? . . 69
Scolio B. ivi
Avvert. D. 70

QUARTA TEORICA

Degl' interi uniti alle frazioni . 71
1) *D.* Come si esegue l' addizione degl' interi uniti alle frazioni? ivi
2) *D.* Come si riduce un intero ed una frazione, tutto a frazione ivi
3) *D.* Come si sottrae da un intero una frazione 72
4) *D.* Come si sottrae un intero e frazione da altro intero e frazione? 72
5) *D.* Come si moltiplica un intero per una frazione? . 73
6) *D.* E per moltiplicare un intero e frazione, per altro intero unito a frazione? . ivi
7) *D.* Come si opera per dividere un intero per una frazione? ivi
8) *D.* Ed un intero con frazione per altro intero e frazione? 74
Corollario A. ivi
Verificazioni. 80
Quadro d' esercizio relativamente a queste operazioni . . 81
Corollario B. 82

QUINTA TEORICA

De' decimali 83
1) *D.* Quali frazioni diconsi decimali? . . . . . .
2) *D.* Qual' è il vantaggio delle frazioni decimali? . . .
Scolio A. 84
3) *D.* Come si scrivono generalmente i decimali, e quindi come profferisconsi . .
Delle quattro operazioni de' decimali.
4) *D.* Come si esegue l' addizione 86
5) *D.* Come si esegue la sottrazione 87
Avvert. A. ivi
6) *D.* Come si moltiplicano i decimali? ivi
7) *D.* Come dividonsi i decimali fra loro, ed uniti agl' interi? ivi
Corollario A. 93
8) *D.* Come si verificano le operazioni de' decimali? . . 94
Trasformazione
Delle frazioni ordinarie in decimali, e delle decimali in ordinarie 95
9) *D.* Come si trasforma una frazione ordinaria in decimale e regola generale per esprimere una frazione decimale di un gran numero di cifre, con un minor numero delle stesse? . . . ivi
10) *D.* Quali frazioni ordinarie si possono esattamente ridurre a decimali? 99
Avvert. B. ivi
11) *D.* Come si trasforma una frazione decimale finita in ordinaria? 100
12) *D.* E le periodiche semplici? ivi
13) *D.* E come riduconsi ad ordinarie le frazioni decimali periodiche miste? . . . ivi
Sistema metrico 102
Misure 103
Pesi 104

Corollario B. 105
Monete ivi

TAVOLA COMPARATIVA

De' nostri principali pesi, misure, e monete, relativamente al sistema metrico 106

SISTEMA METRICO DELLA CITTA' DI NAPOLI.

Da rendersi comune alla parte de' Reali Dominii posta al di quà del Faro. Del chiarissimo Colonnello Visconti. 109

SESTA TEORICA

Delle potenze e radici, quadrate e cubiche 112

1) *D.* Quale dicesi quadrato di un numero, e quale radice quadrata? ivi
2) *D.* Quali dicesi cubo d'un numero, e quale radice cubica? ivi
3) *D.* Che cosa è elevare a quadrato o a cubo un dato numero? ivi
4) *D.* Ed estrarre da un numero, la radice quadrata o cubica? 113
5) *D.* I matematici come chiamano la moltiplicazione d'un numero più volte ripetuta?. ivi
6) *D.* Da ogni numero si può estrarre esattamente la radice quadrata o cubica? . ivi
Avvert. A. 114
Teorema A. . . . . . .
Se un numero si concepisce diviso in due parti qualunque, sarà il quadrato dell' intero numero, uguale ai quadrati delle parti, più col prodotto del doppio di una di esse parti moltiplicata per l'altra . 105
7) *D.* Nel rinvenire il quadrato d'un dato numero composto, se vi saranno de' zeri all' ultimo, si potrà abbreviare l' operazione? . . ivi
8) *D.* Se nel dividere un dato numero in due parti qualunque allorchè se ne vuole il quadrato, avendo una di siffatte parti de' zeri alla dritta cosa si deve fare per abbreviare l' operazione? . 116
Problema A. . . . . . .
Formare con metodo facile, il quadrato di qualsivoglia numero composto, ed esaminarne la disposizione delle parti componenti? . . . ivi
Corollario A. 118
9) *D.* Come si à il quadrato di una frazione ordinaria? . 119
10) *D.* Come si à il quadrato d' una frazione ordinaria unita ad intero? ivi
11) *D.* Come bisogna operare per innalzare a quadrato una frazione decimale, ovvero un intero unito a decimale. 120
Corollario B. ivi
Estrazione della radice quadrata. ivi
12) *D.* Come si estrae da un numero intero composto, la radice quadrata? . . . ivi
13) *D.* Come si estrae da una frazione ordinaria la radice quadrata? 123
14) Come si estrae la radice quadrata da un intero unito a frazione? 124
Corollario C. ivi
Avvert. B. ivi
15) *D.* Come si estrae la radice quadrata dalla frazione decimale, o pure dagli interi uniti a decimali ivi
Avvert. C. 126
Avvert. D. 127
Teorema B. . . . . . .
Se un numero si divide in due parti qualunque, sarà il cubo di esso, eguale ai cubi di tali parti, insieme col triplo quadrato della prima moltiplicato per la seconda, e col triplo quadrato della seconda moltiplicato per la prima ivi
16) *D.* Nell' rinvenire il cubo di

un dato numero composto, se vi saranno de' zeri alla dritta, si può abbreviare l' operazione? 128
17) *D.* Se nel dividere un numero in due parti qualunque, ed una di esse parti abbia de' zeri all' ultimo, cosa si deve fare per abbreviare l' operazione? . . . ivi
Problema B. . . . . . .
Formare con metodo facile, il cubo di qualsivoglia numero composto, ed esaminare la disposizione delle sue parti. 129
Corollario *D.* 130
Corollario *E.* 131
18) *D.* Come s' innalzano a cubo le frazioni ordinarie? . 132
19) *D.* Come s' innalzano a cubo le frazioni ordinarie unite agli interi? 133
20) *D.* Come s' innalza a cubo la frazione decimale, ed anco unita agl' interi? . . ivi
Estrazione della radice cubica. ivi
21) *D.* Come si estrae da un intero la radice cubica? . . ivi
22) *D.* Come si estrae la radice cubica da una frazione ordinaria? 137
23) *D.* Come si estrae la radice cubica da un intero unito a frazione? 138
24) *D.* Come bisogna operare per estrarre la radice cubica dalle frazioni decimali, ed anche dagli interi uniti ai decimali? ivi
Avvert. E. 139
Corollario *F.* 140
25) *D.* Come si conosce se la radice prossima quadrata d'un dato numero, rimanendo la stessa, residuo; di non aver la detta radice qualche cifra di minor valore proprio? ivi
26) *D.* E per verificare la prossima radice cubica? 141

Applicazione delle Teoriche precedenti ossia dell' uso del calcolo Aritmetico nella soluzione de' problemi.

1) *D.* Che s' intende per ragione o rapporto? 143
2) *D.* Le grandezze, che si paragonano, come si chiamano? ivi
3) *D.* Come si distingue la ragione? ivi
4) *D.* Quando due ragioni si dicono uguali, e quando una maggiore o minore dell' altra? 144
5) *D.* Che cosa è proporzione? 145
6) *D.* Come si distingue la proporzione? ivi
I. Della proporzione equiquoziente ivi
7) *D.* Come si distingue la proporzione relativamente ai termini che la compongono? . 146
8) *D.* Quando due quantità si dicono essere in ragion diretta, e quando in reciproca od inversa? ivi
9) *D.* Quale dicesi ragione semplice e quale composta? . ivi
Teorema fondamentale A. .
In ogni proporzione, il prodotto de' termini estremi, è uguale al prodotto de' termini medii. 147
10) *D.* Come si conosce se quattro grandezze non formano proporzione? 148
Corollario *A.* ivi
11) *D.* Allorchè si deve formare una ragione composta da ragioni semplici dirette, o pure da una diretta e l' altra reciproca, come bisogna operare? 149
12) *D.* Come si rinviene l' estremo ignoto in una proporzione discreta? 150
13) *D.* Come si rinviene uno de' termini medii in una proporzione discreta? . . . ivi
14) *D.* Come si rinviene uno de' termini estremi in una proporzione continua? . . 151

15) *D.* Come si rinviene il termine di mezzo ignoto, in una proporzione continua? ivi
Avvert. A. ivi
Corollario *B.* 153
Scolio *A.* 154
II.° Proporzione equidifferenza. 155
Teorema Fondamentale B. . ivi
In qualunque equidifferenza la somma de' termini estremi, è uguale a quella de' termini di mezzo ivi
Corollario *C.* ivi
Avvert. B. 156

Soluzione de' Problemi.

16) *D.* In quante classi si dividono i problemi aritmetici? 157
17) *D.* Di queste qual' è la principale? ivi
18) *D.* Questa regola del tre come viene divisa? . . . ivi

1.a Classe. Tre semplice diretta

19) *D.* Come si risolvono i problemi appartenenti alla regola del tre semplice diretta? 158
Avvert. Generale. ivi
Problemi appartenenti alla regola del tre semplice diretta . ivi
Avvert. C. 160
20) *D.* Per avere una rendita di ducati 1300 alla ragione del 6 1/4 per o/o che capitale vi necessita 161

Tre semplice inversa.

21) *D.* Quali problemi diconsi della regola del tre semplice inversa? ivi
22) *D.* Come si risolve questa proporzione. . . . . .
Diversi problemi a questa regola appartenenti? ivi
Corollario *D.* 163

Tre composta diretta

23) *D.* Quali problemi diconsi della regola del tre composta diretta? 164
Avvert. E. ivi
Problemi a qussta regola appartenenti ivi

Tre composta reciproca.

24) *D.* Quali problemi diconsi del tre composta reciproca? 166
Avvert. F. ivi
Problemi a questa regola appartenenti. 167
Avvert. G. 168

2.a Classe. Regola di Società.

25) *D.* Quali problemi diconsi di società? 169
26) *D.* Come si divide? . . ivi
Avvert. H. ivi
Problemi a questa classe appartenenti. ivi
Avvert. I. 174

3.a Classe. Regola di Alligazione.

27) *D.* Quali problemi diconsi di questa classe ivi
Avvert. L. 174
Problemi a questa classe appartenenti. ivi
Avvert. M. 176

4.a Classe. Regola di falsa posizione.

28) *D.* Quali problemi diconsi di questa classe. 179
Avvert. generale 180
Problemi a questa classe appartenenti. 181

Riflessioni sull' applicazione dell' Aritmetica alla Banca, ed al Commercio. 186

Regola. dell' interesse composto e d' interesse a scalare . . 188

FINE

Pag.	verso	ERRORI	CORREZIONI
2	3	contrafattori	contraffattori
5	26	fusse	fosse
10	10	metematiche	matematiche
12	21	mezzzo	mezzo
20	8	100	1000
34	1	3) Dim-	13) Dim-
35	2	Problema	Problema V
36	7	manifasto	manifesto
56	25	spureo	spurio
57	22	rideano	riducono
61	16	il il	il
63	12	$\frac{6}{21}$	$\frac{2}{7}$
128	2	18)	16)
128	10	19)	17)
146		suo suo	suo
155	16	Corollario B	Corollario C

A01 1461805